

SÉRIE A,
N° 690
N° D'ORDRE :
716

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

PAR

GEORGES BROUSSAUD

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR
UN RÉSEAU DE PLAQUES PERCÉES DE TROUS. APPLICATION A LA
RÉALISATION D'UN NOUVEAU TYPE D'ANTENNE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 16 Juin 1955 devant la Commission d'examen.

MM. ROCARD	<i>Président.</i>
MARÉCHAL	} <i>Examineurs.</i>
AIGRAIN	

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE

55, Quai des Grands-Augustins, 55

1956

SÉRIE A,
N° 690
N° d'ORDRE :
716

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

PAR

GEORGES BROUSSAUD

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR
UN RÉSEAU DE PLAQUES PERCÉES DE TROUS. APPLICATION A LA
RÉALISATION D'UN NOUVEAU TYPE D'ANTENNE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 16 Juin 1955 devant la Commission d'examen.

MM. ROCARD	<i>Président.</i>
MARÉCHAL	} <i>Examineurs.</i>
AIGRAIN	

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE

55, Quai des Grands-Augustins, 55

1956

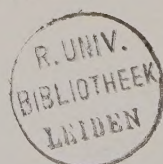
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... J. PÉRÈS.

PROFESSEURS

G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	LAPORTE.....	T	Physique générale et Radio-activité.
E. DARMOIS.....	T	Enseignement de Physique.	JANET.....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
ROBERT LÉVY.....	T	Physiologie comparée.	PETIT.....	T	Biologie maritime.
FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	QUENEY.....	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
PAUTHENIER.....	T	Électrotechnique générale.	GALLIEN.....	T	Embryologie.
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	EICHHORN.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
JOB.....	T	Chimie générale.	DE CUGNAC.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
PRENANT.....	T	Anatomie et Histologie comparées.	M ^{lle} CAUCHOIS.....	T	Chimie-Physique.
GARNIER.....	T	Géométrie supérieure.	THELLIER.....	T	Physique du Globe.
PÉRÈS.....	T	Mécanique des fluides et applications.	AUDUBERT.....	T	Électrochimie.
LAUGIER.....	T	Physiologie générale.	L'HÉRITIER.....	T	Génétique.
M. CURIE.....	T	Physique (P. C. B.).	GRIVET.....	T	Radioélectricité.
BARRABÉ.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	PONCIN.....	T	Mécanique des fluides.
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	THIRY.....	T	Mécanique appliquée.
JACQUES BOURCART.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	DUBREIL.....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
M ^{me} JOLIOT-CURIE.....	T	Physique nucléaire et Radio-activité.	QUELET.....	T	Chimie organique.
PLANTEFOL.....	T	Botanique.	CAGNIARD.....	T	Géophysique appliquée.
CABANNES.....	T	Recherches physiques.	CHAMPETIER.....	T	Chimie macromoléculaire.
GRASSÉ.....	T	Évolution des êtres organisés.	CUVILLIER.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
PRÉVOST.....	T	Chimie organique.	JUNG.....	T	Pétrographie.
BOULIGAND.....	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	TRILLAT.....	T	Chimie physique.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	WIEMANN.....	T	Chimie (M. P. C.).
WYART.....	T	Minéralogie.	JACQUINOT.....	T	Spectroscopie et physique céleste.
TEISSIER.....	T	Zoologie.	VASSY.....		Physique de l'atmosphère.
MANGENOT.....	T	Biologie végétale.	DESTOUCHES.....		Théories physiques.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et Relativité.	M. PRUVOST.....	T	Géologie.
MONNIER.....	T	Physiologie des fonctions.	AMIEL.....	T	Chimie (P. C. B.).
PIVETEAU.....	T	Géologie.	HOCART.....	T	Minéralogie.
ROCARD.....	T	Physique (E. N. Supérieure).	J.-P. MATHIEU.....	T	Physique (P. C. B.).
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E. N. Supérieure).	COUTEAUX.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
LAFFITTE.....	T	Chimie générale.	MAY.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
FAVARD.....	T	Mécanique générale.	CHOQUET.....	T	Calcul différentiel et intégral.
COULOMB.....	T	Physique du Globe.	FELDMANN.....		Biologie (P. C. B.).
M ^{lle} COUSIN.....	T	Biologie animale (P. C. B.).	GUINIER.....	T	Physique (P. C. B.).
CHRÉTIEN.....	T	Chimie minérale.	JOST.....	T	Biologie (P. C. B.).
P. DRACH.....	T	Zoologie.	FORTET.....		Calcul des probabilités.
KASTLER.....	T	Physique.	SCHWARTZ.....	T	Méthodes mathématiques de la physique.
EPHRUSSI.....	T	Génétique.	CHOUARD.....	T	Physiologie végétale.
WURMSER.....	T	Biologie physico-chimique.	MALAVARD.....	T	Aviation.
RIVIERE.....	T	Géologie (S. P. C. N.).	BRELOT.....	T	Calcul différentiel.
GAUTHERET.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).	NORMANT.....	T	Chimie (P. C. B.).
LUCAS.....	T	Physique.	BENARD.....		Chimie (P. C. B.).
A. THOMAS.....	T	Biologie cellulaire.	BUVAT.....		Botanique (E. N. S.).
ARNULF.....	T	Optique appliquée.	DUGUÉ.....		Statistique mathématique.
MAX MORAND.....	T	Physique.	GELOSO.....		Chimie (S. P. C. N.).
SOLEILLET.....	T	Physique.	SOULAIRAC.....		Psychophysiologie.
FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.	ULRICH.....		Physiologie végétale.
DANJON.....	T	Astronomie.	MARÉCHAL.....	T	Optique théorique et appliquée.
FROMAGEOT.....	T	Chimie biologique.	KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
			CHADEFAUD.....		Botanique.
			DESTRIAU.....		Physique (M. P. C.).
			M ^{lle} LE BRETON.....		Physiologie générale.
			SALEM.....		Mathématiques générales.

Secrétaire Général..... CH. MONIER.



A MES PARENTS

PREMIÈRE THÈSE

ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR UN RÉSEAU DE PLAQUES PERÇÉES DE TROUS APPLICATION A LA RÉALISATION D'UN NOUVEAU TYPE D'ANTENNE

RÉSUMÉ

PREMIÈRE PARTIE. — Un diélectrique artificiel de structure simple est étudié en vue de son application à la réalisation d'aériens pour hyperfréquences. Ce diélectrique est constitué par un empilement de plaques métalliques percées de trous circulaires et dont les centres forment les sommets d'un quadrillage régulier.

Nous avons désigné cet ensemble sous le nom abrégé de « réseau ». L'étude de base de ce système a déjà été publiée; on a montré qu'il était possible de ramener le problème de la diffraction d'un réseau en incidence normale à celui beaucoup plus simple d'une propagation d'ondes guidées. Lorsque la direction de propagation n'est plus normale aux plaques, cette représentation cesse d'être rigoureuse. On a montré qu'elle reste cependant acceptable avec une bonne approximation jusqu'à des angles d'incidence de 30° environ à condition d'introduire entre les divers guides fictifs des couplages situés dans le plan des plaques. L'intensité de ce couplage varie comme le carré de l'angle d'incidence.

Cette représentation se révèle fructueuse d'abord parce qu'elle permet de rendre compte très simplement et avec assez de rigueur des phénomènes expérimentaux, ensuite parce qu'elle fournit d'intéressants rapprochements avec la théorie microscopique de la matière. Il est en effet facile de montrer que, dans un système de guides couplés il y a absorption d'énergie dans le canal formé par les trous de couplage. Appliqué à l'étude des réseaux, ce drainage de l'énergie dans un plan parallèle aux plaques conduit en particulier à la notion connue en optique classique sous le nom de réfraction.

DEUXIÈME PARTIE. — L'étude des réseaux éclairés en incidence oblique conduit aussi à la notion d'angle d'« incidence critique », angle pour lequel toute l'énergie incidente peut être absorbée par des modes se propageant entre les plaques (modes parasites).

Cette éventualité se produit lorsque l'onde incidente est polarisée parallèlement au plan d'incidence; la valeur de l'angle critique est une fonction simple de l'entraxe des trous. Ce phénomène, nuisible dans le cas général, est à la base d'un nouveau type d'antenne dont la structure est analogue à celle d'un réseau et où l'énergie est recueillie entre les plaques sous la forme de « modes parasites ».

Le nombre des plaques n'intervenant pas dans le principe de fonctionnement, cette antenne peut être avantageusement constituée par une seule plaque perforée, disposée parallèlement à une plaque pleine jouant le rôle d'écran.

Excitée par sa tranche, cette antenne rayonne dans une direction faisant avec la normale à son plan l'angle d'incidence critique. Le diagramme à l'infini est celui que l'on peut calculer à partir de la notion de surface de diffraction, chaque trou fonctionnant alors comme source indépendante. Toutes les autres caractéristiques découlent simplement des formules générales des réseaux.

La coïncidence entre la théorie et l'expérience est toujours excellente.

Le principal intérêt de ce type d'antenne est d'avoir une structure plane. Elle peut être construite avec une grande précision même lorsque ses dimensions sont très grandes devant la longueur d'onde de fonctionnement. On peut d'ailleurs montrer que, à performances égales, la précision requise dans la fabrication d'une antenne plane est un peu moins élevée que dans le cas d'un miroir parabolique.

Ces caractéristiques semblent convenir tout particulièrement à la réalisation d'antennes de très grande envergure.

PREMIÈRE PARTIE.

ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR UN RÉSEAU DE PLAQUES PERCÉES DE TROUS

INTRODUCTION.

Avec le développement des ondes centimétriques dans la technique radioélectrique, l'utilisation des diélectriques artificiels prend chaque jour une importance accrue.

Parmi les nombreux réseaux proposés à cet effet, celui développé à la Compagnie Générale de T. S. F. possède de gros avantages technologiques. Il se présente comme un empilement de plaques métalliques percées de trous circulaires dont le diamètre est inférieur à la longueur d'onde et dont les centres forment les sommets d'un quadrillage régulier.

Cette structure est complémentaire de celle proposée par W. E. Kock [1]; l'indice équivalent est alors inférieur à l'unité, mais la construction du réseau ne soulève plus aucune difficulté.

L'étude de base de ce système a été publiée dans la Thèse de J. C. Simon [2] qui a montré qu'il était possible de ramener le problème de la diffraction d'un réseau éclairé en incidence normale, à celui, plus simple, d'une propagation d'ondes guidées.

Nous nous proposons ici d'étudier les principales caractéristiques électromagnétiques du réseau tel que nous l'avons défini plus haut. Le succès remporté dans ce domaine par l'assimilation à une propagation guidée nous a conduit à reconsidérer les éléments de base de ce problème pour voir s'il est possible d'étendre cette intéressante notion au cas général de l'incidence oblique.

1. ÉTUDE GÉNÉRALE DES RÉSEAUX.

Nous considérerons ici des réseaux homogènes, c'est-à-dire constitués par des plaques infiniment grandes, régulièrement espacées et percées de trous égaux, suivant un quadrillage régulier. Nous supposons aussi ces réseaux éclairés par des ondes planes.

Abordons le problème en étudiant le champ diffracté par une seule plaque. Ce champ est défini

de façon unique à partir des composantes tangentielles du champ électrique dans les ouvertures (cette composante est nulle sur l'écran). Aussi est-ce à l'analyse de ce champ que nous allons tout d'abord nous attacher.

La solution rigoureuse de ce problème soulève des difficultés considérables. Un raisonnement simple, basé sur la continuité des champs, la nécessité de satisfaire aux conditions aux limites et la symétrie des ouvertures permet cependant d'aboutir à des résultats simplifiant beaucoup les données du problème.

1.1. Répartition des champs dans les ouvertures.

On sait que sur un disque parfaitement conducteur, le champ électrique est normal au plan du disque, et le champ magnétique tangentiel. Par application du théorème de Babinet, on en déduit que, dans l'ouverture, le champ électrique est tangentiel et le champ magnétique normal.

Il s'agit là de champs totaux, c'est-à-dire de la somme des champs en l'absence d'ouverture (champ sur l'écran métallique plan et indéfini) et du champ dit « de perturbation » introduit justement de façon que le champ total satisfasse aux conditions aux limites en présence de l'ouverture.

En incidence normale, les vecteurs électrique et magnétique de l'onde incidente sont parallèles au plan de l'écran. En l'absence d'ouverture, le vecteur électrique est donc nul et le vecteur magnétique inchangé, en tout point de ce plan.

Le champ électrique de perturbation introduit en présence de l'ouverture possédera donc la propriété du champ électrique total : il sera situé dans le plan de l'écran.

La répartition des champs sur les bords de l'ouverture (supposée infiniment mince) peut présenter quelques difficultés; J. C. Simon [2] a montré qu'il

n'y avait aucune impossibilité physique à concevoir un champ électrique situé dans le plan de l'ouverture, infini et normal au contour. Une telle répartition est à rapprocher de celle d'un mode TE dans un guide d'ondes.

En incidence oblique la répartition sur l'écran indéfini devient plus compliquée. Dans le cas général la composante normale du champ électrique ne

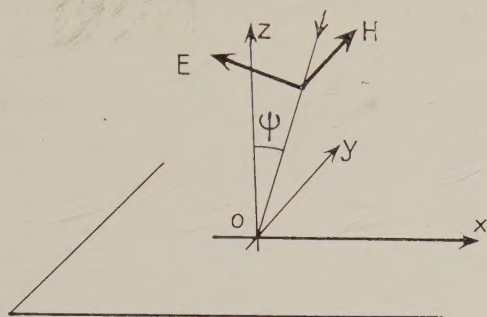


Fig. 1.

sera pas nulle. En présence d'ouverture il faudra donc attribuer au champ électrique de perturbation dans cette ouverture une composante normale de nature à la compenser.

Le cas général se divise en deux suivant que le vecteur électrique de l'onde incidente se trouve dans le plan d'incidence (nous noterons $E_{\parallel}$) ou lui est perpendiculaire ($E_{\perp}$).

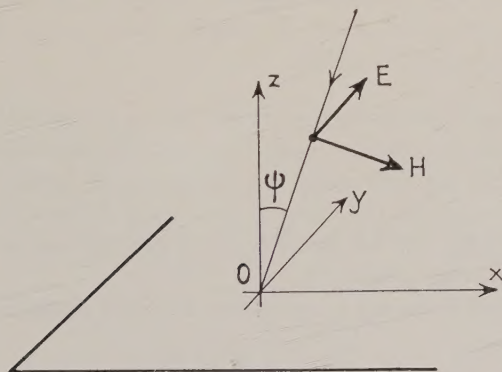


Fig. 2.

Dans le premier cas (fig. 1), le champ électrique de perturbation dans l'ouverture possédera une composante normale

$$E_z = E_0 \sin \psi e^{ikx \cos \psi}.$$

Dans le cas d'incidences pas trop élevées et d'ouvertures petites devant la longueur d'onde, on pourra négliger le facteur de phase.

Nous pouvons considérer que nous avons ajouté à la répartition en incidence normale un champ analogue à celui d'un mode TM dans un guide d'onde.

Dans le second cas (fig. 2), le raisonnement sur le vecteur électrique sera le même que dans le cas de l'incidence normale et la répartition du champ dans l'ouverture, analogue.

Nous verrons que, dans les deux cas envisagés la propagation d'une onde plane à travers un réseau de plaques se fera sans changement de polarisation. Le facteur de transmission pourra, par contre, être notablement différent suivant qu'il s'agit d'une onde $E_{\parallel}$ ou d'une onde $E_{\perp}$. Donc, dans le cas général, la polarisation de l'onde transmise sera différente de celle de l'onde incidente.

1.2. Cas de l'ouverture circulaire.

Les propriétés de symétrie du cercle permettent de préciser la répartition des champs dans l'ouverture.

Dans tous les cas, le plan diamétral parallèle au plan d'incidence est un plan de symétrie pour les lignes de force des champs. Si l'on fait tendre l'angle d'incidence vers zéro, on aboutit alors à deux plans de symétrie rectangulaires suivant qu'on est parti d'une onde $E_{\parallel}$ ou d'une onde $E_{\perp}$.

Si le diamètre du trou est petit devant la longueur d'onde, on aboutit intuitivement à la répartition des champs d'un mode TE_{11} dans un guide circulaire. En incidence oblique, et dans le cas d'une onde $E_{\parallel}$ il faut ajouter une répartition de champs analogue à celle d'un mode TM_{01} dans un guide circulaire. On conçoit enfin que l'importance de cette « contribution » de l'incidence oblique croisse, en première approximation, comme angle d'incidence.

Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par Stevenson [3] dans le cas du trou percé dans un écran plan et infiniment mince. Notons, cependant, que le raisonnement ci-dessus est valable dans le cas d'un réseau de trous.

Le calcul fait par Stevenson aboutit à une expression des champs sous forme de série du nombre d'onde k ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

Dans le cas d'une onde $E_{\parallel}$ le champ résultant apparaît bien comme la somme de deux champs; le premier est analogue à celui correspondant à l'incidence normale, le second proportionnel à $\sin \psi$ (ψ est l'angle d'incidence) et en phase avec le champ incident.

On a en effet, avec les notations de la figure,

$$(1) \left\{ \begin{aligned} E_x &= -\frac{4}{3\pi} ikr_0 \left[(2 - \sin^2 \psi) \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}} \right. \\ &\quad \left. + (1 + \sin^2 \psi) \frac{x^2}{r_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}}} \right] \\ &\quad - \frac{2}{\pi} \sin \psi \frac{x}{r_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}}}, \\ E_y &= -\frac{4}{3\pi} ikr_0 (1 + \sin^2 \psi) \frac{xy}{r_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}}} \\ &\quad - \frac{2}{\pi} \sin \psi \frac{y}{r_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}}}. \end{aligned} \right.$$

Nous désignerons ces champs par les numéros 1 et 2.

La figure 3 représente les lignes de force de ces

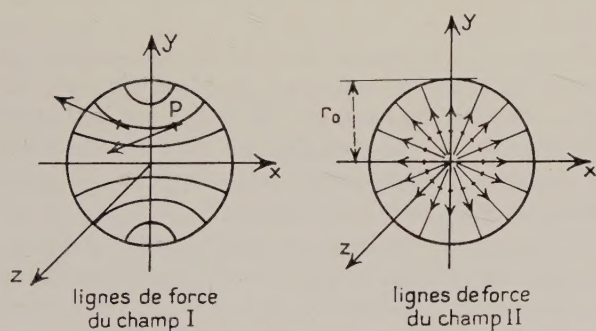


Fig. 3.

deux répartitions. Dans le cas d'une onde E_1 la répartition reste la même qu'en incidence normale

$$(2) \left\{ \begin{aligned} E_x &= \frac{4}{3\pi} ikr_0 \cos \psi \frac{xy}{r_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}}}, \\ E_y &= \frac{4}{3\pi} ikr_0 \cos \psi \left[2 \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}} + \frac{y^2}{r_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}}} \right]. \end{aligned} \right.$$

On vérifie que tous ces champs deviennent infinis comme l'inverse de la racine carrée de la distance à l'arête (Meixner).

On peut s'assurer que la coïncidence entre les champs 1 et 2 et les modes TE_{11} et TM_{01} dans un guide circulaire est excellente au centre du trou. La différence ne devient sensible que sur les bords, là où l'hypothèse de l'écran infiniment mince conduit à des champs infinis.

1.3. Propriété du champ diffracté.

L'intérêt des considérations précédentes vient, d'une part des relations de symétrie des champs dans l'ouverture, d'autre part des analogies avec des modes d'ondes guidées. Le champ rayonné par une ouverture peut se déduire des champs dans cette ouverture par les formules de Kottler.

Dans le cas particulier de l'écran plan, infiniment mince et parfaitement conducteur, le champ rayonné en M s'écrit

$$(3) \left\{ \begin{aligned} a. \quad \vec{E}_M &= \frac{1}{4\pi} \iint_S (\vec{n} \times \vec{E}) \times \vec{\text{grad}} \Psi \, ds, \\ b. \quad \vec{H}_M &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \{ ik(\vec{n} \times \vec{E}) \Psi \\ &\quad + \frac{i}{k} \text{div}(\vec{n} \times \vec{E}) \vec{\text{grad}} \Psi \} \, ds, \end{aligned} \right.$$

avec $\Psi = \frac{e^{ikR}}{R}$; R étant la distance du point M à un point P de la surface S de l'ouverture; ds représente l'élément linéaire de surface et $\vec{n}$ la normale à cette surface.

Ces formules font intervenir seulement le champ électrique par le produit vectoriel $\vec{n} \times \vec{E}$, donc par la composante tangentielle de ce vecteur.

La formule donnant le champ électrique est particulièrement simple. Elle met en évidence le champ rayonné par un élément de surface ds . Si l'on utilise les considérations de symétrie développées plus haut, le calcul du champ diffracté se trouve notablement simplifié.

CHAMP RAYONNÉ PAR UNE SEULE OUVERTURE. — 1° *Champ rayonné dans l'axe.* — On décompose la surface de diffraction en éléments ds symétriques deux à deux par rapport aux axes de coordonnées (voir fig. 3). La formule (3 a) conduit alors à un calcul très simple (1).

Pour le champ 1, on trouve, au point M de l'axe Oz

$$(4) \quad \vec{E}_M = 4 \vec{x} \iint E_x \frac{\partial \Psi}{\partial z} \, ds.$$

Le champ rayonné dans l'axe est donc polarisé parallèlement au plan de l'écran, et dans le même sens que l'onde incidente.

(1) On calcule $(\vec{n} \times \vec{E}) \times \vec{\text{grad}} \Psi$ pour deux points P_1 et P_2 symétriques par rapport à Oy (fig. 3) si en P_1 les composantes de $\vec{E}$ et $\vec{\text{grad}} \Psi$ sont $E_x, E_y, 0; X, Y, Z$, en P_2 on aura pour leurs homologues $E_x, -E_y, 0; -X, Y, Z$.

Pour le champ 2,

$$(5) \quad \vec{E}_M = - \frac{1}{4\pi} \iint \vec{E} \frac{R}{R^2} ds.$$

Le facteur de phase $\frac{e^{ikR}}{R}$ étant partout supposé, ce champ décroît comme $\frac{1}{R^2}$. Il ne rayonne donc pas dans cette direction.

2° *Champs rayonnés au loin.* — Les champs au loin obtenus par Stevenson complètent ces résultats. Le cas d'une onde $E_{||}$ se traduit encore par la superposition de deux ondes du même ordre ⁽²⁾, la première correspondant au cas de l'incidence normale.

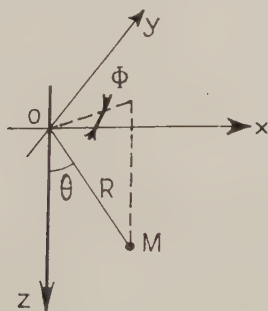


Fig. 4.

On a, avec les notations de la figure 4 :

— Champ 1 :

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} E_{\theta 1} &= \frac{2k^2 r_0^2 \cos \Phi}{3\pi} \\ &\times \left\{ 2 + \frac{k^2 r_0^2}{15} (-16 + 5 \sin^2 \theta) \right\} \frac{e^{ikR}}{R}, \\ E_{\Phi 1} &= \frac{2k^2 r_0^2 \sin \Phi \cos \theta}{3\pi} \\ &\times \left\{ 2 + \frac{k^2 r_0^2}{15} (-16 + 5 \sin^2 \theta) \right\} \frac{e^{ikR}}{R}, \end{aligned} \right.$$

— Champ 2 :

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} E_{\theta 2} &= \frac{k^2 r_0^2 \sin \theta}{3\pi} \\ &\times \left\{ 2 + \frac{k^2 r_0^2}{15} (3 \cos^2 \theta - 16 \cos \Phi - 1) \right\} \frac{e^{ikR}}{R} \sin \psi, \\ E_{\Phi 2} &= 0 + \frac{k^2 r_0^2}{15\pi} \sin \theta \sin \Phi \left\{ \frac{e^{ikR}}{R} \sin \psi. \right. \end{aligned} \right.$$

Les diagrammes de ces champs sont tracés sur la figure 5. On voit que le champ 1 rayonne princi-

palement dans la direction de Oz, tandis que le champ 2 rayonne omnidirectionnellement dans le plan de l'écran.

On remarque aussi que le champ 1 rayonne comme un doublet magnétique, tandis que le champ 2 rayonne comme un doublet électrique; l'axe du premier est perpendiculaire au plan d'incidence, l'axe du second coïncide avec l'axe du trou.

On peut donc remplacer un réseau de plaques par un réseau de tels doublets. Cette équivalence peut être à la base d'une théorie générale des réseaux.

Pour les ondes $E_{\perp}$, la solution de Stevenson se décompose aussi en deux champs : le premier, semblable à celui rayonné en incidence normale, le second proportionnel à $\sin 2\psi$, et pouvant donc être

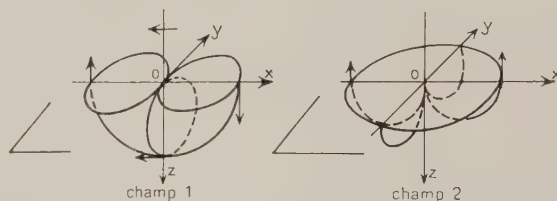


Fig. 5.

considéré comme la contribution de l'incidence oblique.

Les composantes sont :

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} E_{\Phi} &= k^4 r_0^3 \frac{\pi}{15(9\pi^2 + 64)} 3 \sin 2\theta (1 + 2 \cos 2\Phi) \sin 2\psi, \\ E_{\theta} &= k^4 r_0^3 \frac{\pi}{15(9\pi^2 + 64)} 12 \sin \theta \sin 2\Phi \sin 2\psi. \end{aligned} \right.$$

Nous voyons que ce champ est du second ordre (en $k^2 r_0^2$) par rapport au champ principal. Nous le négligerons en première approximation.

Il ne faut pas s'étonner de trouver, comme direction privilégiée du champ diffracté, la normale au plan de l'écran. Dans le trou, petit devant la longueur d'onde, les composantes des champs dans l'ouverture sont partout en phase, et l'inclinaison de l'onde incidente ne se traduit pas autrement que par l'apparition d'un champ rayonné de révolution, semblable à celui d'un doublet électrique.

Les résultats sont d'autant plus rigoureux que l'ouverture est plus petite. Au contraire, dans le cas d'une ouverture grande devant la longueur d'onde, on sait que les champs sont sensiblement ceux existant dans l'espace libre, donc en phase entre eux et en phase avec l'onde incidente au point considéré. Le déphasage le long de l'ouverture sera fonction de l'inclinaison de l'onde incidente. Cette

⁽²⁾ Rappelons que les solutions de Stevenson sont écrites sous forme de séries des puissances de k .

direction sera donc une direction privilégiée du rayonnement diffracté.

Entre ces deux cas extrêmes, le problème est particulièrement complexe.

Fort heureusement, dans tous les cas envisagés ici, le diamètre des ouvertures n'excède pas la demi-longueur d'onde et l'approximation de l'ouverture petite devant la longueur d'onde est toujours justifiée.

2. ÉTUDE D'UN RÉSEAU DE PLAQUES ÉCLAIRÉES EN INCIDENCE NORMALE.

2.1. Propriétés générales.

En incidence normale, les plans médiateurs des segments joignant les centres de deux cercles, jouissent d'une importante propriété [2].

Sur ceux perpendiculaires au champ électrique de l'onde incidente on a, avec les notations de la figure 6.

$$(9) \quad E_x = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0.$$

Ces conditions sont celles que l'on rencontre sur un conducteur parfait. Ces plans peuvent donc être métallisés.

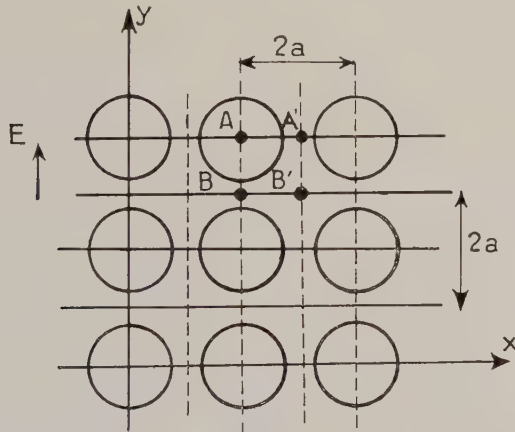


Fig. 6.

Sur ceux parallèles au champ électrique de l'onde incidente on a, au contraire,

$$(10) \quad E_x = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0.$$

Ces conditions, complémentaires des précédentes, définissent ce qu'il est convenu d'appeler un plan d'impédance infinie. Ainsi, la diffraction d'une plaque percée de trous suivant un quadrillage régulier se ramène à la propagation d'ondes guidées.

Le guide fictif ainsi défini possède deux parois métalliques (AA' et BB' avec les notations de la figure 6) et deux parois d'impédance infinie (AB et A'B'). L'écran apparaît comme un obstacle dans ce guide.

Le problème du réseau éclairé en incidence normale n'est autre que celui des ondes se propageant dans le guide fictif qui vient d'être défini, les diverses plaques se comportant alors comme autant d'obstacles

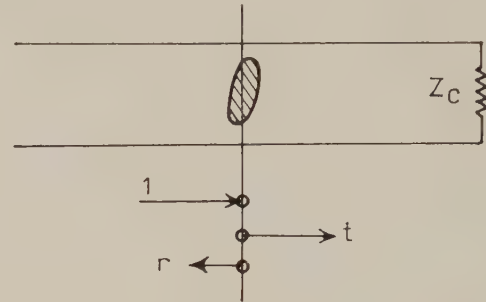


Fig. 7.

minces introduits dans ce guide. Si la distance entre les plans d'impédance infinie est inférieure à $\frac{\lambda}{2}$ le seul mode qui peut se propager est le mode TEM, c'est-à-dire l'onde plane. Nous nous placerons toujours dans ce cas.

Pour définir un obstacle dans un guide d'onde, nous utiliserons, de préférence à la notion d'impédance, celle basée sur les coefficients de transmission et de réflexion [4]. Cette notation étant semblait-il peu répandue, nous la rappellerons ici brièvement.

Soit, sur une ligne de transmission fermée sur son impédance caractéristique, un obstacle non absorbant (fig. 7).

Pour un mode donné, il est toujours possible de trouver un plan, appelé plan de symétrie électromagnétique, où les coefficients de transmission et de réflexion peuvent s'écrire

$$(11) \quad \begin{cases} t = i \sin u e^{i\varphi}, \\ r = \cos u e^{i\varphi}. \end{cases}$$

Nous appellerons u le paramètre caractéristique de l'obstacle et φ le facteur de phase.

Dans le cas où l'obstacle est mince, on a de plus

$$\varphi = \pi + u.$$

Un seul paramètre suffit à le représenter.

Si u est positif, l'obstacle est équivalent à une capacitance; si u est négatif, il est équivalent à une inductance.

Nous verrons que les plaques de nos réseaux sont caractérisées par des u négatifs. Aussi nous attacherons-nous plus spécialement à ce cas dans la discussion du calcul qui va suivre.

Considérons alors une suite de n obstacles identiques répartis le long d'une ligne de transmission.

Dans le cas général, le calcul n'est abordable que si tous les obstacles sont également espacés (fig. 8), c'est le cas d'un réseau homogène tel qu'il a

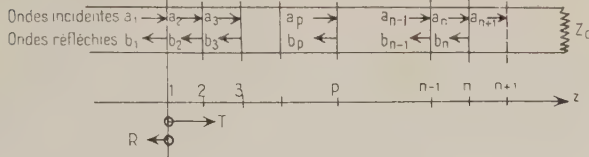


Fig. 8.

été défini plus haut. Soit $\theta = \frac{2\pi l}{\lambda}$ l'angle électrique entre deux obstacles consécutifs. Désignons par a les ondes se dirigeant dans le sens positif, par b les ondes se dirigeant en sens inverse; a_p et b_p sont comptés sur l'obstacle de même indice.

On peut écrire, au niveau de chaque obstacle :

$$(12) \quad \begin{cases} a_p = e^{-i\theta} t a_{p-1} + e^{-2i\theta} r b_p, \\ b_p = e^{-i\theta} t b_{p+1} + r a_p. \end{cases}$$

Rapporté au plan du premier obstacle, le coefficient de transmission T s'écrit

$$T = \frac{a_{n+1}}{a_1} e^{in\theta}.$$

soit

$$(13) \quad T = |T| e^{i\Phi} = |T| e^{i(n\theta + \Phi')},$$

On trouve

$$(14) \quad |T|^2 = \frac{1}{1 + \cot^2 u P_{n-1}^2(x)}$$

et

$$(15) \quad \operatorname{tg} \Phi' = \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\sin u} \frac{P_{n-1}(x)}{x P_{n-1}(x) - P_{n-2}(x)},$$

avec

$$(16) \quad x = \frac{2 \sin(\theta - \varphi)}{\sin u}.$$

$P_n(x)$ est le polynôme électrosphérique [5] d'ordre n , défini par la relation de récurrence

$$(17) \quad P_{n-1}(x) + P_{n+1}(x) = x P_n(x),$$

avec

$$P_0(x) = 1 \quad \text{et} \quad P_1(x) = x.$$

Dans ce qui suit, la variable sera l'angle électrique θ qui représente à la fois l'écartement entre deux plaques et la fréquence de l'onde considérée.

2.2. Étude du module de la transmission.

La formule (14) se simplifie en écrivant $P_n(x)$ au moyen de fonctions trigonométriques. Il faut alors distinguer deux cas :

1° Si $|x| < 2$. — On pose $x = 2 \cos \psi$ et l'on a alors

$$(18) \quad P_{n-1}(x) = \frac{\sin n\psi}{\sin \psi}.$$

2° Si $|x| > 2$, on pose $x = 2 \operatorname{ch} \psi$ et l'on a

$$(19) \quad P_{n-1}(x) = \frac{\operatorname{sh} n\psi}{\operatorname{sh} \psi}.$$

La discussion des formules précédentes conduit aux résultats suivants :

Le réseau constitue un filtre passe bande; la bande passante correspond à $|x| < 2$, c'est-à-dire à

$$(20) \quad \varphi - u < \theta < \varphi + u.$$

Il y a, dans cet intervalle, $n - 1$ maxima.

En ces points, la transmission du réseau est égale à 1.

Au centre de la bande ($\theta = \varphi$), il y a un maximum si n est pair, un minimum si n est impair.

Hors de cette bande, c'est-à-dire pour $|x| > 2$, la transmission décroît de façon exponentielle.

La courbe de transmission a alors l'allure de celle tracée sur la figure 9 dans le cas d'un réseau de cinq plaques.

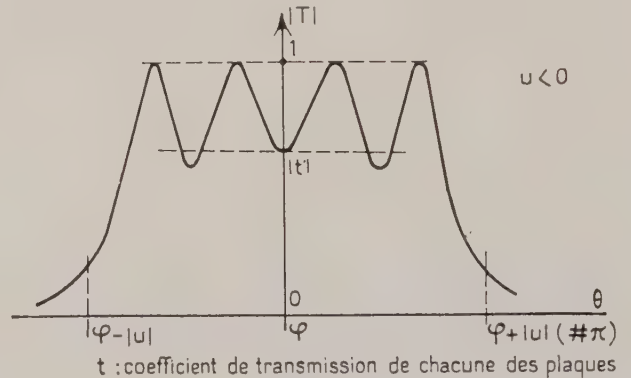


Fig. 9.

2.3. Étude de la phase de la transmission.

Cette étude ne présente d'intérêt que dans la bande transmise.

On a, en posant $x = 2 \cos \varphi$,

$$(21) \quad \operatorname{tg} \Phi' = \frac{\operatorname{tg} n\psi}{\sin \psi} \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\sin u}.$$

Rappelons que la phase de l'onde transmise s'écrit

$$\Phi = \Phi' + n\theta.$$

Si le terme Φ' est toujours fonction décroissante de θ , il peut n'en être pas de même de la somme $\Phi' + n\theta$. Le calcul montre, en effet que la courbe de phase passe par un maximum qui apparaît dans la bande passante seulement si $|u| > u_0$, avec

$$(22) \quad \cos u_0 = u_0 = 0,74 \text{ radian.}$$

On montre, en outre, que la courbe $\Phi = f(\theta)$ présente des points d'inflexion aux points correspondant aux minima du module de la transmission

La phase a alors, suivant le cas, l'allure indiquée sur les figures 10 a et 10 b.

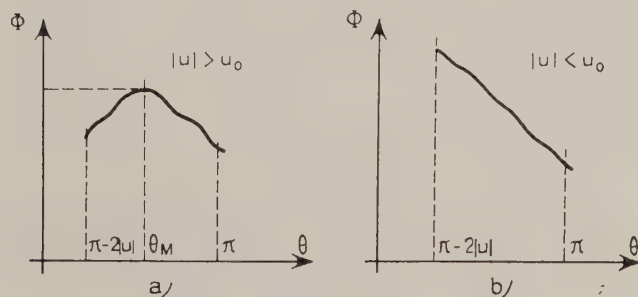


Fig. 10.

L'expression de la phase donnée par la formule (21) se prête mal au calcul numérique.

Si le réseau est utilisé au voisinage du centre de sa bande passante ($\theta - \varphi$ petit) et si $\theta > \theta_M$, on peut écrire

$$(23) \quad \Phi = n \left[\frac{\theta - \varphi}{\sin u} - \frac{\pi}{2} + \theta \right].$$

2.4. Mesure des paramètres u et φ .

La transmission d'un réseau de deux plaques est celle d'un système résonnant [6]. Si l'on trace la courbe représentant l'énergie transmise en fonction de l'écartement des deux plaques, on constate que pour une certaine valeur θ_0 , la transmission du réseau passe par un maximum égal à 1.

On en déduit φ à partir de l'équation

$$(24) \quad \theta_0 - \varphi = 0.$$

Si la plaque peut être considérée comme infiniment mince, on tire u de la relation

$$\varphi = \pi + u.$$

Dans le cas contraire, il faut déduire u de la trans-

mission mesurée sur un des flancs de la courbe, par exemple à partir de l'équation

$$(25) \quad |T|^2 = \frac{1}{1 + \left[2 \frac{\cos u}{\sin^2 u} \sin(\theta - \theta_0) \right]^2}.$$

2.5. Dispositif expérimental de mesure.

Le paquet de plaques à étudier est inséré dans un rayonnement réalisant le mieux possible les conditions de l'onde plane.

Pour cela, on dispose en A un miroir parabolique excité par un cornet placé en son foyer. On obtient ainsi un faisceau parallèle. L'expérience montre qu'à la distance où l'on dispose les plaques, le champ est constant en amplitude et en phase dans une

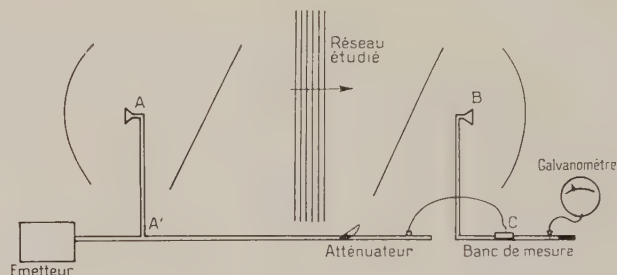


Fig. 11.

région sensiblement égale à la moitié de la surface du miroir.

En B on dispose un miroir et un cornet identique qui recueille le rayonnement transmis (fig. 11).

Les dimensions du faisceau doivent être suffisamment grandes pour que les phénomènes secondaires ne troublent pas la mesure que l'on cherche à effectuer. Une série de tâtonnements a permis de mettre au point un dispositif qui donne toute satisfaction.

La longueur d'onde choisie étant 3,42 cm, les miroirs ont un diamètre de 50 cm; ils sont distants de 3,5 m. Les plaques ont pour dimensions 60 × 75 cm. On peut ainsi éviter les effets de bord et dans l'étude des phénomènes en incidence oblique les incliner jusqu'à un angle de 45° sans inconvénient.

Mesure de la phase. — Pour mesurer le déphasage apporté par le réseau, on prélève en A' une faible portion de l'énergie. Transportée en C à l'aide d'un guide d'onde, on la compare avec l'énergie recueillie en B après le passage à travers les plaques. Si les amplitudes de ces deux ondes sont voisines, et si leurs phases diffèrent de π , on obtient un zéro sur le galvanomètre mesurant le courant détecté. Toute variation de phase s'apprécie en déplaçant

le chariot sur le banc de mesure. On obtient ainsi une grande précision sur la mesure de la phase

Mesure du module. — Elle s'effectue simplement en comparant l'énergie reçue avec et sans plaques. Cette mesure est évidemment moins précise que la mesure de phase.

Précautions à prendre. — a. Il est nécessaire, pour avoir des résultats cohérents que le paquet de plaques soit découplé des paraboles d'émission et de réception.

Pour cela, on dispose, ainsi que l'indique la figure, deux panneaux d'isorel recouverts d'aquadag et inclinés à 45° sur la direction de propagation.

Avant d'intercaler ces atténuateurs, les valeurs du champ reçu en B oscillaient suivant la position des plaques entre deux valeurs dans le rapport 1,5. Après la mise en place des panneaux, ce rapport tombe à 1,05.

b. Étant donné ces différents découplages, il a été nécessaire d'utiliser un klystron du modèle KR331 construit par la Compagnie générale de T. S. F., fournissant une puissance utile de 200 mW.

Les mesures étaient effectuées à l'aide d'un détecteur accordé à cristal au silicium et d'un galvanomètre AOIP sur la sensibilité 45 mV.

Résultats expérimentaux. — La mesure des paramètres u et φ a montré que les plaques dont l'épais-

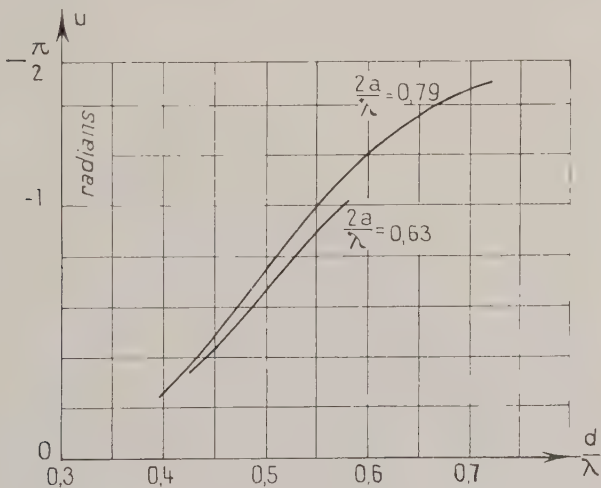


Fig. 12.

seur est inférieure à $0,02 \lambda$ pouvaient être considérées comme minces.

Les courbes tracées sur la figure 12 donnent pour deux types de quadrillages les valeurs du paramètre u en fonction du diamètre des trous.

A partir de ces données, le calcul de l'amplitude

et de la phase de la transmission des réseaux fournit des résultats en parfait accord avec les relevés expérimentaux. Par suite des sinuosités de la courbe de transmission (voir fig. 9), le tracé expérimental

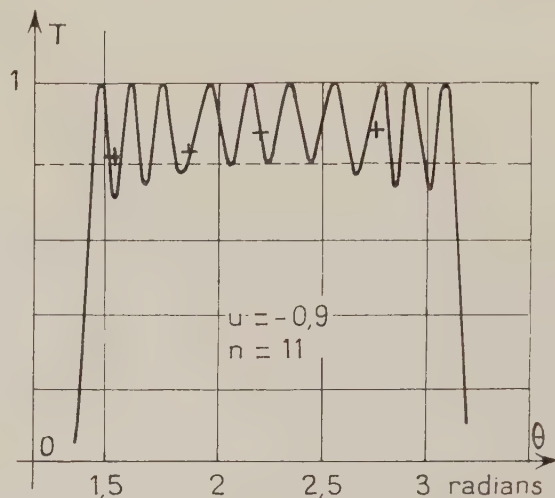


Fig. 13.

précis de cette courbe nécessiterait un très grand nombre de points, d'autant plus que le nombre des plaques est plus grand. On constate néanmoins que les résultats des mesures sont toujours très voisins des courbes tracées à partir de la formule (14); un exemple est donné figure 13.

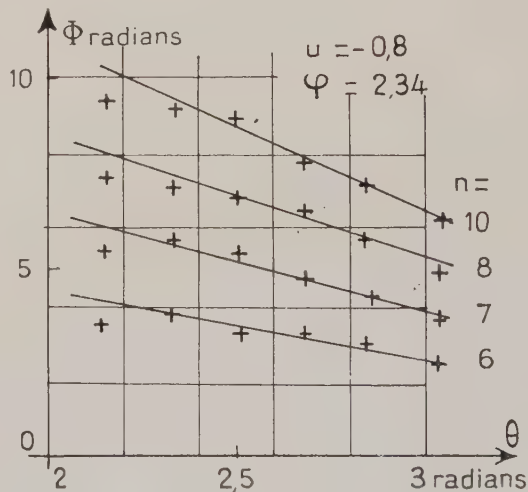


Fig. 14.

Les courbes en trait plein sont déduites des formules.
Les points isolés sont les résultats de mesures.

Enfin la figure 14 montre que la valeur de la phase donnée par la formule simplifiée (23) suffit au calcul correct d'un réseau tant qu'on ne s'approche pas trop du point stationnaire de la courbe de phase.

Toutes ces expériences ont été faites sur des réseaux homogènes, c'est-à-dire constitués de plaques identiques également espacées. Nous avons vu que, en fonction de l'angle électrique θ donc en fonction de la fréquence, la transmission de ces réseaux présente des oscillations d'autant plus accentuées que les trous sont plus petits.

On peut construire aussi des réseaux dérivés de la technique dite du « maximally flat » dans les filtres passe-bande. La courbe de transmission est alors régulière dans toute la bande passante. Pour la détermination de ces réseaux on se reportera par exemple à l'article [6] sur les filtres passe-bande en hyperfréquences.

En résumé, nous avons constaté que l'accord entre l'expérience et le calcul est toujours excellent. Ce calcul, relativement simple, est basé sur la notion de guide fictif. Ces résultats sont donc une preuve de la fécondité de cette représentation.

Remarque. — On peut, à partir de ces éléments définir un indice équivalent du réseau étudié : ceci résulte de la linéarité en $n\theta$ de la formule (23). Mais, par suite des méthodes de calcul employées, cette notion ne présente pas ici le même intérêt qu'en optique. Notons seulement que le signe négatif du paramètre u conduit à attribuer au réseau un indice de réfraction inférieur à l'unité.

3. ÉTUDE D'UN RÉSEAU DE PLAQUES ÉCLAIRÉ EN INCIDENCE OBLIQUE.

Par suite du déphasage entre les éclairagements des différents trous, la direction de propagation de l'onde transmise sera la même que celle de l'onde incidente.

Nous allons essayer de conserver encore la notion de guide fictif, bien que celle-ci cesse d'être vraie, en toute rigueur, dès qu'un déphasage apparaît entre les champs dans les ouvertures.

Mais avant d'aller plus loin nous allons montrer l'existence d'un angle d'incidence pour lequel toute l'énergie incidente est absorbée par le réseau.

3.1 Angle d'incidence critique.

Nous avons vu plus haut que, dans le cas général, le rayonnement d'un trou pouvait être représenté par celui d'un doublet magnétique, plus celui d'un doublet électrique (contribution de l'onde $E_{\parallel}$). La figure 5 indique le diagramme de rayonnement de ces deux doublets.

En toute rigueur, ces diagrammes sont vrais pour

les champs au loin. On admet qu'ils donnent encore une représentation acceptable des phénomènes à quelques longueurs d'onde des sources. On voit ainsi que la majeure partie de l'énergie contenue dans le doublet électrique (champ 2) est rayonnée parallèlement aux plaques et qu'une importante partie de l'énergie contenue dans le doublet magné-

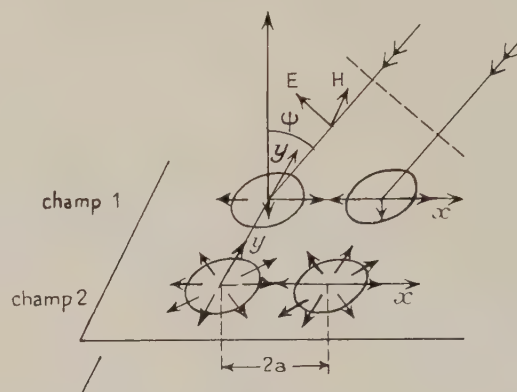


Fig. 15.

tique (champ 1) est rayonnée aussi dans ce plan, dans la direction du plan d'incidence. Si l'on dispose maintenant une ligne de sources semblables, on peut concevoir qu'une onde puisse se propager le long de la plaque, et qu'elle soit en phase avec l'onde incidente en face de chaque trou.

Cette éventualité peut se produire dans le cas d'une onde $E_{\parallel}$ (fig. 15).

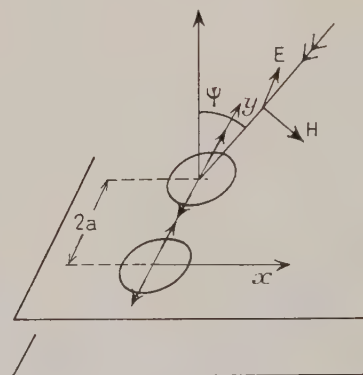


Fig. 16.

Dans le cas d'une onde $E_{\perp}$ l'énergie rayonnée dans le plan de l'écran l'est dans une direction perpendiculaire au plan d'incidence (fig. 16). Sur cet axe, tous les trous sont excités en phase et aucune onde parasite ne peut se propager à moins que $2a \approx n\lambda$. Nous avons dit que l'entraxe des trous était inférieur à la longueur d'onde. Le seul cas litigieux est donc celui d'une onde $E_{\parallel}$.

Soit dans le plan d'incidence la trace P de la plaque, $O_1, O_2, \dots, O_n$ les centres des trous, $2a$ la distance entre ces centres (fig. 17). Écrivons qu'une onde se propageant dans le milieu 2 suivant Ox se trouve en phase avec l'onde incidente en $O_1, O_2, \dots, O_n$.

Il suffit d'écrire que le trajet électrique HO_1O_2 est égal à $2n\pi$. Si k_1 et k_2 sont les nombres d'ondes

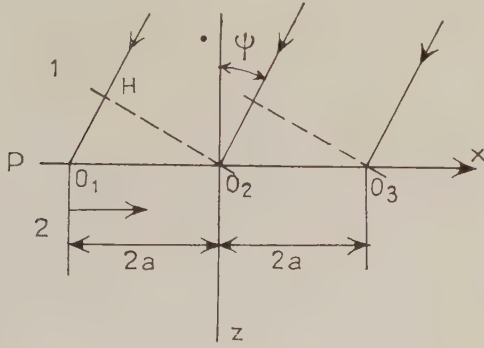


Fig. 17.

correspondant à la propagation dans les milieux 1 et 2, on a

$$k_1 \cdot HO_1 + k_2 \cdot O_1O_2 = 2n\pi,$$

d'où l'on tire

$$(26) \quad \sin \psi = n \frac{\lambda_1}{2a} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (n \text{ entier}).$$

Supposant $\lambda_1 = \lambda_2$ et $\frac{\lambda_1}{2a} = 1,27$ (valeur déjà choisie pour les expérimentations en incidence normale), on trouve une seule solution pour

$$\sin \psi = 0,27, \quad \text{soit } \psi = 16^\circ.$$

Nous appellerons cet angle l'angle critique. Remarquons que le milieu 2 peut être, soit tout l'espace situé derrière la plaque, soit l'espace compris entre deux plaques consécutives dans le cas d'un réseau. L'expérience vérifie bien ces conclusions. Pour une onde $E_{\parallel}$, la transmission d'un réseau parfaitement transparent en incidence normale devient négligeable pour une incidence d'environ 13° . On constate en même temps la naissance de modes se propageant entre les plaques dans le sens indiqué sur la figure 10, c'est-à-dire en sens inverse de la projection sur la plaque de la direction de propagation de l'onde incidente.

On a tracé sur la figure 18 la transmission de différents réseaux en fonction de l'angle d'incidence pour une onde $E_{\perp}$ et sur la figure 19 les courbes correspondantes pour une onde $E_{\parallel}$.

La figure 20 montre les variations de l'énergie absorbée entre chaque paire de plaques en fonction

de l'angle d'incidence. Nous verrons plus loin que les bosses qui apparaissent sur ces courbes s'expliquent aisément par la notion de surface de diffraction.

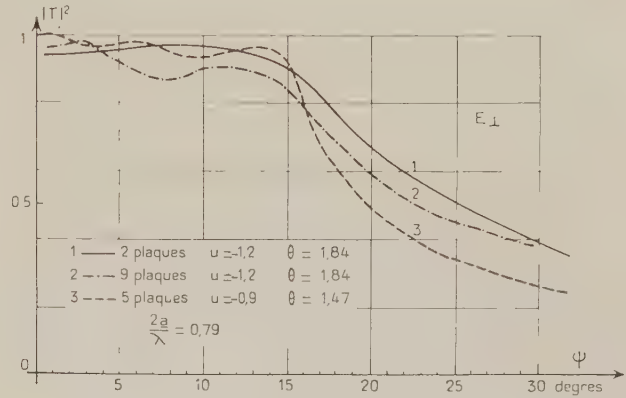


Fig. 18.

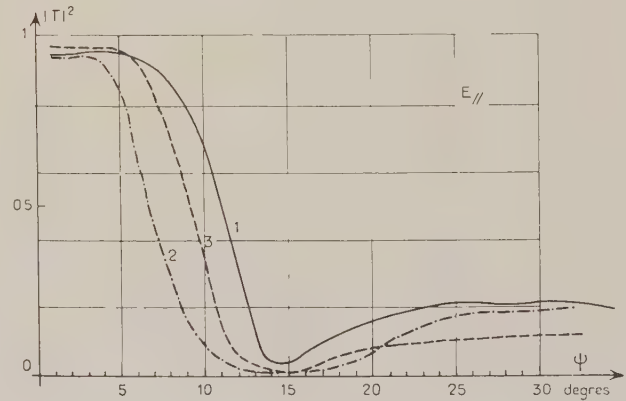


Fig. 19.

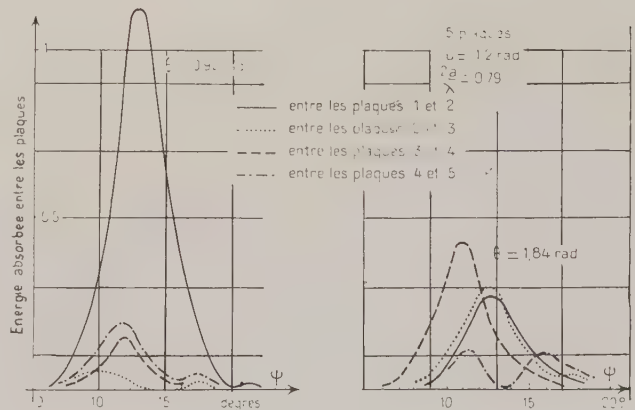


Fig. 20.

Les maxima sont peu éloignés des 16° obtenus à partir de l'équation (26) en supposant $\lambda_1 = \lambda_2$.

On en déduit que la vitesse de propagation des ondes entre les plaques est peu différente de celle

dans l'air. Pour $\varphi = 10^\circ$, on trouve

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,10.$$

Ce résultat, qui a été confirmé par d'autres expériences, est tout à fait remarquable parce qu'il montre que la vitesse de phase de ces ondes est inférieure à celle de la lumière dans l'espace libre.

Nous avons donc un milieu dont l'indice est inférieur à 1 dans le sens longitudinal et supérieur à 1 dans le sens transversal.

3.2. Élargissement de la zone utile.

La naissance des modes parasites représente, pour l'utilisation d'un réseau en incidence oblique

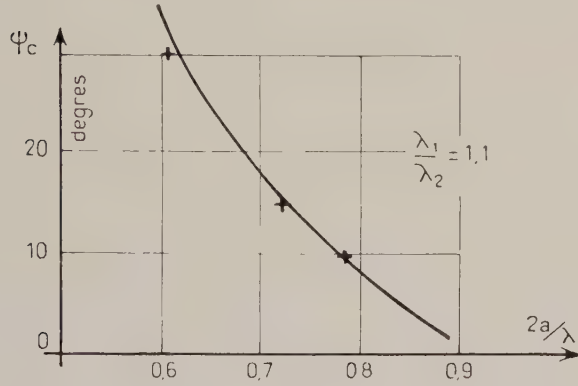


Fig. 21.

une limitation qu'il est souhaitable de repousser le plus loin possible. Il découle de la formule (26) que ce résultat peut être atteint en diminuant l'écartement entre les ouvertures. La figure 21 montre comment varie l'angle d'incidence critique du réseau étudié en fonction de cet écartement.

L'expérience vérifie très bien le calcul. On voit que la variation de l'angle critique est rapide et qu'il

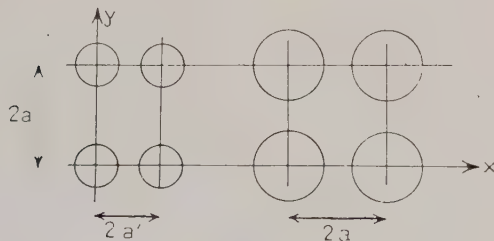


Fig. 22.

est facile de le repousser vers 25° ou 30° . Dans l'application des réseaux à la réalisation de lentilles électromagnétiques, les incidences élevées se produisent sur les bords, là où le déphasage introduit par la

lentille doit être important. Les trous sont alors de petit diamètre et rien ne s'oppose alors à resserrer le quadrillage, au moins dans une dimension (fig. 22). Dans le dernier cas il faut remarquer que les paramètres des plaques seront différents suivant que la polarisation de l'onde incidente sera dirigée suivant Ox ou Oy . Un tel réseau devient en effet l'analogue d'un cristal biaxe en optique cristalline.

C'est ce qui apparaît sur les courbes de la figure 23

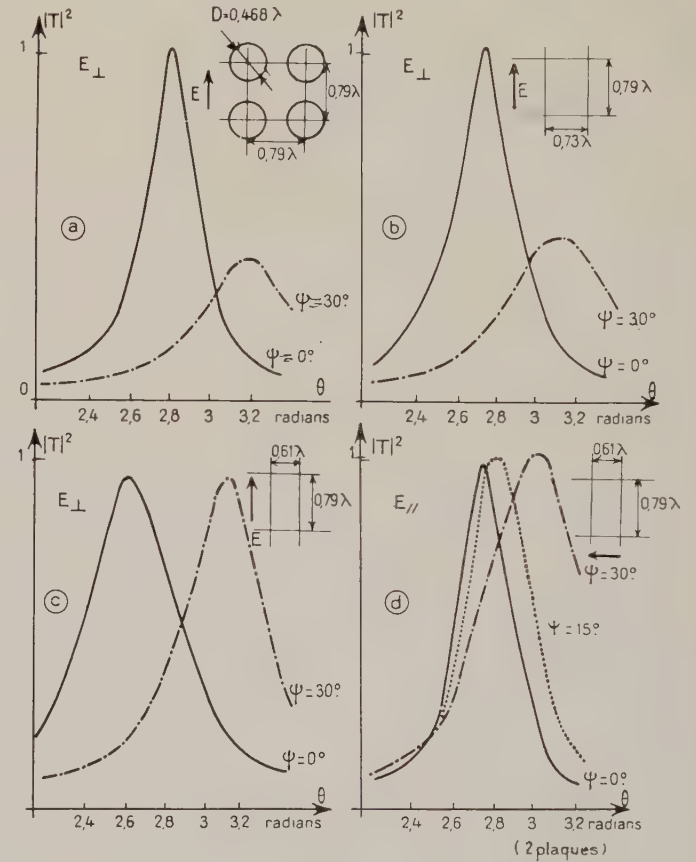


Fig. 23.

où l'on a tracé la transmission d'un réseau de deux plaques pour différents quadrillages, et pour des angles d'incidences de 0° , 15° et 30° . On constate que le maximum de transmission (c'est-à-dire le facteur de phase φ des plaques) varie avec le quadrillage et varie de façon différente suivant la polarisation de l'onde incidente.

La figure 24 représente les variations de ce paramètre.

Remarque 1. — A l'origine cette étude fut orientée vers la réalisation de lentilles électromagnétiques. Aussi avons-nous considéré les modes se propageant entre les plaques, comme des modes parasites. Il

peut ne pas en être toujours ainsi. On peut par exemple concevoir une antenne où l'énergie incidente est entièrement absorbée par les modes parasites (fig. 25). Inversement, si nous excitons cette antenne par la tranche, elle rayonnera dans la direction faisant l'angle ψ_0 avec la normale à sa surface

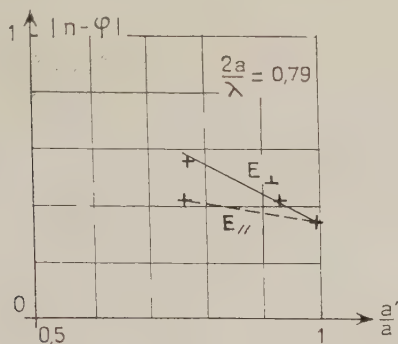


Fig. 24.

L'allure des courbes de la figure 20 s'explique alors à partir de la notion de surface de diffraction d'une antenne. Si l'on suppose l'illumination constante, la largeur du lobe principal est, mesurée à 3 dB,

$$(26) \quad \Theta = 50 \frac{\lambda}{D} \text{ (degrés).}$$

En prenant pour D le diamètre des paraboles

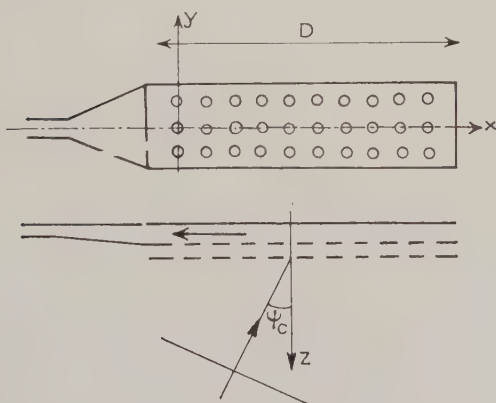


Fig. 25.

d'excitation, soit 50 cm, on trouve $\Theta = 30^\circ$ en bon accord avec les courbes expérimentales.

Remarque 2. — Dans l'étude de la répartition des champs, nous avons vu que nous pouvions considérer la diffraction circulaire comme la superposition de deux rayonnements. Le premier est celui d'un doublet magnétique, le second d'un doublet électrique. En répartissant convenablement de telles

sources et en faisant prédominer l'un ou l'autre de ces modes on peut obtenir un rayonnement dirigé dans l'axe, ou omnidirectionnel autour de cet axe. Ces remarques sont valables aussi pour des disques métalliques. On atteint ainsi d'autres types d'antennes, notamment les antennes « cigares » développées à la Compagnie Générale de T. S. F. par J. C. Simon et G. Weill [7].

3.3. Extension de l'assimilation à une propagation guidée.

1° *Considérons d'abord* une rangée de trous éclairés en phase, c'est-à-dire, centrés sur une droite perpendiculaire au plan d'incidence (fig. 26).

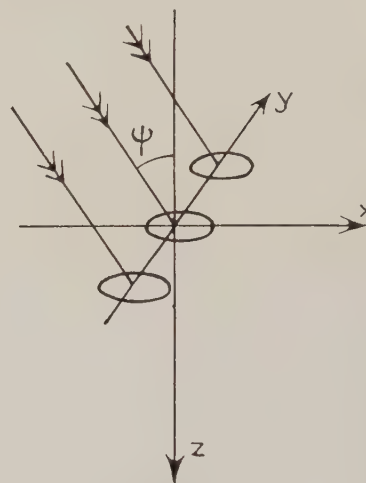


Fig. 26.

Le calcul fait dans le cas de l'incidence normale reste valable. On démontre⁽²⁾ ainsi aisément que tout plan d'incidence, médiateur du segment joignant les centres de deux ouvertures peut être considéré comme un plan d'impédance infinie dans le cas d'une onde $E_{\parallel}$, comme un plan d'impédance nulle dans le cas d'une onde $E_{\perp}$.

2° *Considérons maintenant* une rangée de trous perpendiculaire à la précédente. Les champs dans les ouvertures sont alors déphasés de la distance électrique séparant les plans d'onde passant par les centres des trous, soit

$$2d = 2a \sin \psi \quad (\text{fig. 27}).$$

Prenant pour origine des phases le sommet O du trièdre de référence, les composantes du champ en P_1 s'écrivent : $E_x e^{ikd}$ et $E_y e^{ikd}$.

(2) Cf. note (1).

Nous savons que la direction de propagation de l'onde transmise est celle de l'onde incidente. Les guides équivalents, s'il en existe, ont leur axe parallèle à cette direction.

A l'infini, c'est-à-dire en pratique, assez loin de l'écran pour que l'onde plane soit correctement formée, il est toujours possible de décomposer l'espace en guides semblables à ceux introduits dans l'étude du réseau en incidence normale.

Nous en avons déjà défini ici deux parois parallèles au plan d'incidence; voyons ce que nous pouvons dire des deux autres lorsqu'on se rapproche de l'écran.

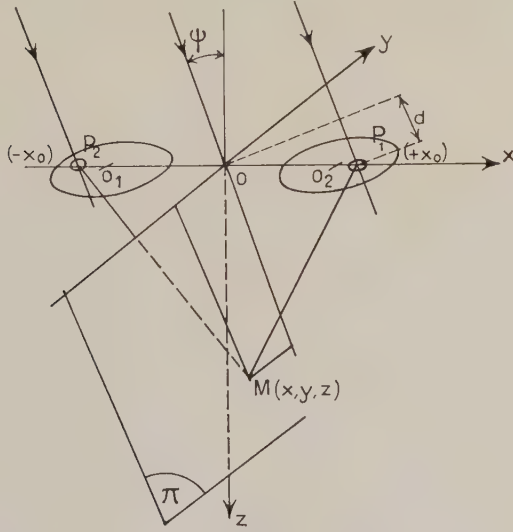


Fig. 27.

Tous les plans d'impédance nulle ou infinie introduits jusqu'ici satisfont, en toute rigueur, aux conditions de définition [équ. (9) et (10)]. On conçoit cependant qu'il soit possible, sans pratiquement changer l'état électromagnétique d'un système, de métalliser une surface en tout point de laquelle la composante tangentielle du vecteur électrique reste inférieure à $\frac{1}{N}$ fois sa composante normale. La perturbation sera naturellement d'autant plus faible que N sera plus grand. On définira de même un écran magnétique correspondant à la surface d'impédance infinie.

Ceci posé on admettra que la décomposition de l'espace en guides fictifs reste vraie, sauf à proximité de l'écran, cette zone constituant en même temps qu'un obstacle, un couplage entre les différents guides. On conçoit enfin que l'importance de ce couplage croisse avec l'angle d'incidence.

Nous allons maintenant préciser ces notions en

calculant le champ électrique sur le plan Π , perpendiculaire au plan d'incidence et passant par l'axe Oy .

Soit $M(x, y, z)$ un point de ce plan (fig. 27).

Pour calculer le champ diffracté en M , nous associons encore les champs élémentaires rayonnés par les points P_1 et P_2 symétriques par rapport à Oy . Mais si les champs en P_1 et P_2 se déduisent simplement l'un de l'autre, il n'en est plus de même des termes $\text{grad } \Psi$ relatifs aux distances P_1M et P_2M .

On montre que, pour des angles d'incidence pas trop importants ($\psi < 40^\circ$) les composantes de $\text{grad } \Psi$ s'écrivent (voir Annexe) :

$$(27) \quad \begin{cases} X = A \frac{x - x_0}{r_0} e^{-ikx_0 \frac{\rho}{r_0} \sin \psi}, \\ Y = A \frac{y}{r_0} e^{-ikx_0 \frac{\rho}{r_0} \sin \psi}, \\ Z = A \frac{z}{r_0} e^{-ikx_0 \frac{\rho}{r_0} \sin \psi}, \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} \rho^2 &= x^2 + z^2, \\ r_0^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + x_0^2, \end{aligned}$$

A est une constante; x_0 est l'abscisse du point P_1 .

Pour passer du point P_1 au point P_2 , il suffit de changer x_0 en $-x_0$ et, dans le cas présent ($E_{\parallel}$, champ 1), E_y en $-E_y$.

On trouve alors pour le champ rayonné en M par P_1 et P_2

$$(28) \quad \begin{cases} \vec{E}_{(M)} = \vec{x} \left[2AE_x \frac{z}{r_0} \cos(\xi kx_0 \sin \psi) \right. \\ \quad + \vec{y} \left[2AE_y \frac{z}{r_0} \sin(\xi kx_0 \sin \psi) \right] e^{i\frac{\pi}{2}}, \\ \quad + \vec{z} \left\{ 2AE_x \frac{x}{r_0} \cos(\xi kx_0 \sin \psi) \right. \\ \quad \left. \left. + 2A \left[E_y \frac{y}{r_0} - E_x \frac{x_0}{r_0} \right] \sin(\xi kx_0 \sin \psi) \right\} e^{i\frac{\pi}{2}}, \right. \end{cases}$$

avec

$$\xi = 1 - \frac{\rho}{r_0}.$$

Nous négligerons E_y , faible devant E_x , et dont l'importance diminue encore si l'on associe à P_1 et P_2 leurs symétriques par rapport à Ox .

Soient $E_N(M)$ et $E_T(M)$ et les composantes de $E(M)$ respectivement normales à Π et situées dans ce plan. On a

$$(29) \quad \begin{cases} E_N(M) = 2AE_x \left[\frac{z}{r_0} \cos(\xi kx_0 \sin \psi) \right. \\ \quad \left. - \frac{x_0}{r_0} \sin(\xi kx_0 \sin \psi) \sin \psi \right] e^{i\frac{\pi}{2}}, \\ E_T(M) = 2AE_x \frac{x_0}{r_0} \sin(\xi kx_0 \sin \psi) \cos \psi e^{i\frac{\pi}{2}}. \end{cases}$$

La zone de couplage entre les guides fictifs est définie par l'inégalité

$$(30) \quad \frac{E_T}{E_N} = \frac{x_0}{\rho} \operatorname{tg}(\xi k x_0 \sin \psi) \cos \psi < \frac{1}{N},$$

condition qui revient sensiblement à

$$(31) \quad \left(\frac{x_0}{OM} \right)^3 k x_0 \sin \psi \cos \psi < \frac{1}{N}.$$

Une application numérique conduit, pour $N = 10$ et $\psi = 30^\circ$; à un rayon inférieur à $\frac{\lambda}{5}$. Les zones de couplages sont donc de petites dimensions et s'intègrent parfaitement à la géométrie des réseaux.

Ces formules montrent en outre que la surface de couplage varie comme $\sin^{\frac{2}{3}} \psi$ tandis que le champ tangentiel dans cette zone varie comme $\sin \psi$. Ce calcul a été fait dans le cas d'une onde $E_{\parallel}$ et relativement à sa répartition de champ n° 1. Dans le cas du champ n° 2, les conditions de symétrie des champs dans les ouvertures sont inversées. Le calcul conduit alors à un guide dont les quatre parois sont, sauf à proximité des plaques, d'impédances infinies.

Dans les cas usuels ($\lambda < 2a$) on se trouvera toujours au-dessous de la fréquence de coupure, et aucun mode ne pourra s'y propager.

Dans le cas d'une onde $E_{\perp}$ les résultats sont complémentaires de ceux trouvés pour l'onde $E_{\parallel}$.

En résumé nous avons pu maintenir la représentation guidée en incidence oblique en introduisant entre les divers guides des couplages situés dans la zone des obstacles.

3.4. Mise en équation du problème.

Nous supposons maintenant que l'entraxe des trous est tel que l'angle d'incidence critique soit rejeté hors de notre domaine d'expérimentation.

Pour étendre au cas général la représentation guidée si commode en incidence normale, nous avons été conduit à introduire entre ces différents guides, des couplages situés dans les plans des obstacles. Nous allons tout d'abord généraliser au cas d'un réseau de guides couplés les notations utilisées plus haut dans le cas d'un guide isolé.

3.4.1. ÉTUDE D'UN RÉSEAU DE GUIDES COUPLÉS. — Considérons (fig. 28) un réseau plan de guides d'ondes identiques traversés par le même obstacle P et couplés par des ouvertures O, toutes semblables et symétriques par rapport au plan de symétrie électromagnétique de l'obstacle. Chaque guide est

excité à son extrémité par une onde unité, déphasée d'un angle constant ξ par rapport à celle qui excite le guide d'ordre immédiatement supérieur.

Tous ces guides sont fermés sur des charges adaptées.

Nous représenterons encore l'état du système par les coefficients de transmission (t) et de réflexion (r) relatifs à chaque guide. Le réseau étant supposé infini, ces coefficients sont les mêmes pour tous les guides.

Excitons tout d'abord le système par le seul guide p (fig. 28). La méthode de perturbation utilisée

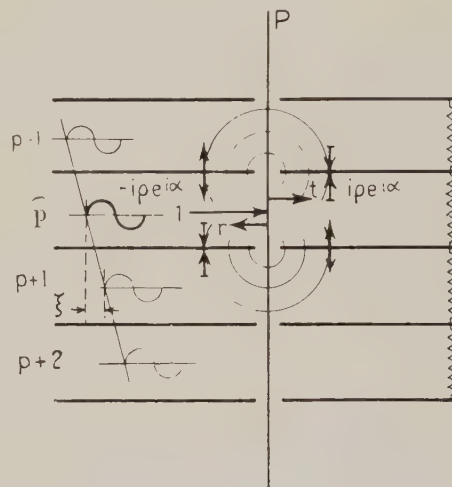


Fig. 28.

au début de cet article dans le cas de la diffraction d'un écran plan, s'applique encore. Nous connaissons la solution du problème en l'absence de couplage, soit

$$(32) \quad \begin{cases} t_p = i \sin u e^{i\varphi}, & t_q = 0; \\ r_p = \cos u e^{i\varphi}, & r_q = 0, \end{cases}$$

q étant quelconque, mais différent de p .

Dans le cas général, il nous faut introduire dans les ouvertures O une répartition de champs telle que le champ total satisfasse en tout point des parois aux conditions aux limites. Si l'obstacle n'est pas trop réfléchissant ($|u| > 0,5$), nous pouvons admettre que ce champ de perturbation est symétrique par rapport à P. Il rayonne donc de la même façon vers les quatre extrémités des deux guides.

Enfin, pour simplifier les calculs, nous supposons que les couplages sont suffisamment faibles pour qu'on puisse limiter l'influence d'un guide à ses deux voisins.

Nous écrivons donc

$$(33) \quad \begin{cases} t_p = i \sin u e^{i\varphi} + 2i\rho e^{i\alpha}, \\ r_p = \cos u e^{i\varphi} - 2i\rho e^{i\alpha}, \\ t_{p+1} = i\rho e^{i\alpha}, \\ r_{p+1} = -i\rho e^{i\alpha}, \\ t_{p-1} = i\rho e^{i\alpha}, \\ r_{p-1} = -i\rho e^{i\alpha}, \end{cases}$$

ρ et α étant deux paramètres représentant l'amplitude et la phase de l'onde rayonnée par les champs de perturbation.

Le même raisonnement est valable, au facteur de phase $e^{-i\xi}$ près, lorsque le système est excité en $p-1$ ou en $p+1$. En additionnant ces trois états, on trouve

$$(34) \quad \begin{cases} t = i \sin u e^{i\varphi} + 2i\rho(1 + \cos \xi) e^{i\alpha}, \\ r = \cos u e^{i\varphi} - 2i\rho(1 + \cos \xi) e^{i\alpha}. \end{cases}$$

Si ξ est nul, la question $|t|^2 + |r|^2 = 1$ exprimant la conservation de l'énergie dans chaque guide doit être satisfaite par raison de symétrie. On en déduit une relation liant ρ à α .

$$(35) \quad \rho = \sin \alpha.$$

Le système (34) s'écrit alors

$$(36) \quad \begin{cases} t = i \sin u e^{i\varphi} + i \sin \alpha \frac{1 + \cos \xi}{2} e^{i\alpha}, \\ r = \cos u e^{i\varphi} - i \sin \alpha \frac{1 + \cos \xi}{2} e^{i\alpha}. \end{cases}$$

Dans le cas général où ξ n'est pas nul, la condition $|t|^2 + |r|^2 = 1$ n'est plus vérifiée. On a

$$(37) \quad |t|^2 + |r|^2 = 1 - \frac{\sin^2 \alpha \sin^2 \xi}{2}.$$

Il y a absorption d'énergie dans le canal formé par les trous de couplage. Pour avoir dans quel sens se propage cette énergie il est nécessaire d'introduire des limites au réseau supposé jusqu'ici infini. Considérons, par exemple, deux guides d'ondes couplés comme l'indique la figure 29.

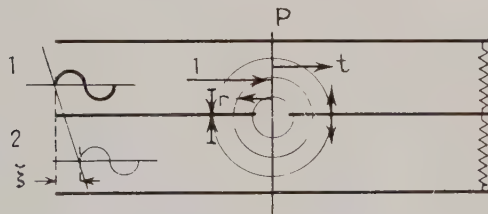


Fig. 29.

Un raisonnement analogue au précédent conduit

aux formules

$$(38) \quad \begin{cases} t = i \sin u e^{i\varphi} + \frac{1}{2} i \sin \alpha e^{i\alpha}(1 + e^{i\xi}), \\ r = \cos u e^{i\varphi} - \frac{1}{2} i \sin \alpha e^{i\alpha}(1 + e^{i\xi}), \end{cases}$$

et l'énergie cédée par le guide 1 au guide 2 s'écrit

$$(39) \quad w = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin \xi.$$

Le signe de w dépend donc de celui de α .

Si α est positif, l'échange d'énergie se fera dans le sens de 2 vers 1 si l'onde 2 est en avance sur l'onde 1.

3.4.2. APPLICATION A L'ÉTUDE DES RÉSEAUX ÉCLAIRÉS EN INCIDENCE OBLIQUE. — Nous définirons d'abord les quantités ξ et α pour les rattacher aux données de notre problème.

La signification de ξ est évidente, c'est le déphasage entre les champs existant dans deux ouvertures voisines. On a, avec les notions précédentes,

$$(40) \quad \xi = ka \sin \psi.$$

α caractérise le couplage entre les guides. On voit sur les formules (33) et (35) que $\frac{1}{2} \sin \alpha$ représente le champ rayonné par l'élément de couplage. Ce champ varie, d'une part comme la composante tangentielle du champ dans l'ouverture de couplage, et d'autre part, comme la puissance $\frac{3}{2}$ de la surface de cette ouverture [éq. (6) et (7)]. Nous avons vu que ces deux quantités varient chacune comme $\sin \psi$. Nous poserons donc, C étant une constante,

$$(41) \quad \sin \alpha = C \sin^2 \psi.$$

Lorsque ψ tend vers $\frac{\pi}{2}$, l'ouverture de couplage devient très grande et $|\sin \alpha|$ tend vers 1. On a donc

$$(42) \quad \sin \alpha = \pm \sin^2 \psi.$$

Joint à ces définitions, le système (36) constitue l'extension au cas général du système (11) base de nos calculs en incidence normale.

3.5. Étude de la transmission du réseau.

La signification du système (36) sera plus nette si nous mettons en évidence le module et la phase des coefficients t et r . Posons

$$(43) \quad \begin{cases} t = i(1 - \varepsilon) \sin(u + v) e^{i(\varphi + \chi)}, \\ r = (1 - \varepsilon) \cos(u + v) e^{i(\varphi + \chi')}. \end{cases}$$

Ainsi définies, les nouvelles quantités ε , v , γ et γ' tendent vers zéro avec l'angle d'incidence. Dans le domaine des approximations déjà faites ($\psi < \frac{\pi}{6}$, $|u| > 0,5$), on trouve

$$(44) \quad \begin{cases} \varepsilon = \frac{1}{2} \sin^2 \alpha \sin^2 \frac{\psi}{2} \approx \frac{1}{2} k^2 a^2 \psi^6, \\ v = -\alpha = -\psi^2, \\ \gamma = \gamma' \neq \alpha = \pm \psi^2. \end{cases}$$

La quantité ε étant toujours très petite, l'analogie entre le système (43) et le système fondamental (11) est évidente.

Tant que ε sera suffisamment faible pour pouvoir être négligée (et nous verrons plus loin la condition exacte), nous aurons ramené le problème général à celui, déjà étudié, de l'incidence normale. Les corrections à apporter aux paramètres u et φ s'expriment simplement en fonction de α , donc de ψ . Les résultats expérimentaux (par exemple, fig. 23) conduisent à attribuer à α le signe positif. Nous écrivons donc

$$(45) \quad \begin{cases} T = (1 - \varepsilon) \sin(u - \psi^2) e^{i(\varphi + \psi^2)}, \\ R = (1 - \varepsilon) \cos(u - \psi^2) e^{i(\varphi + \psi^2)}, \end{cases}$$

Le simple examen du système (45) permet alors l'énoncé des résultats suivants :

Tant que ε est suffisamment petit pour pouvoir être négligé, la courbe de transmission d'un réseau homogène éclairé en incidence oblique garde la même allure que celle tracée figure 9 dans le cas de l'incidence normale. La bande passante se trouve élargie ($\Delta\theta = 2\psi^2$); les sinusosités de la courbe sont moins accentuées [$T_{\min} = |\sin(u - \psi^2)|$]; enfin le centre de la bande passante se trouve déporté vers la droite ($\Delta\theta = \psi^2$). Si ε n'est plus négligeable, l'allure générale de la courbe, est conservée mais la transmission du réseau reste toujours inférieure à l'unité. Pour un réseau de n plaques, on a

$$(46) \quad |T|_{\max} \neq 1 = \frac{n\varepsilon}{\sin^2(u - \psi^2)} = 1 - \frac{nk^2 a^2 \psi^6}{4 \sin^2(u - \psi^2)}.$$

Par suite de la naissance des modes parasites, nous avons vu que l'utilisation d'un réseau éclairé par une onde $E_{\parallel}$, nécessitait un entraxe $2a$ d'autant plus petit que l'angle d'incidence était lui-même plus grand. La formule (46) conduit à la même conclusion, quel que soit le type d'onde considéré. Elle est en outre d'autant plus restrictive que le nombre des plaques est plus grand.

Ces résultats sont en accord avec les tracés expéri-

mentaux. Considérons, par exemple, les courbes de la figure 23 relatives à un système de deux plaques. Nous voyons que l'angle θ_0 (distance électrique à la résonance) croît avec l'angle d'incidence. La coïncidence entre la formule théorique et les résultats de mesures est excellente, ainsi qu'on peut le constater sur le tableau I.

TABLEAU I.

Degrés. ψ .	Radians.	
	$\Delta\theta$, mesuré.	ψ^2 .
Fig. 23 a) 0,.....	0	0
15,.....	0,070	0,069
30,.....	0,27	0,27

Le tableau II permet la comparaison entre les transmissions maxima mesurées pour $\psi = 30^\circ$, et leurs valeurs déduites de la formule (46).

TABLEAU II.

	$\frac{2a}{\lambda}$.	$k^2 a^2$.	u .	$T_{\max}^2$	
				calculé.	mesuré.
Fig. 23 a) a...	0,79	6,25	0,34	0,6	0,4
b... b...	0,73	5,3	0,41	0,7	0,5
c... c...	0,61	3,7	0,6	0,90	0,95

Compte tenu des hypothèses et des approximations faites pour obtenir les formules simples du système (45), ces résultats peuvent être considérés comme très satisfaisants.

Examinons enfin la variation du déphasage Φ introduit par le réseau en fonction de l'angle d'incidence. La formule exacte (21) se généralise aisément au cas de l'incidence oblique. Il suffit de remplacer dans cette équation u par $u - \psi^2$, φ par $\varphi + \psi^2$ et θ par $\frac{\theta}{\cos \psi}$. La discussion s'en trouve, hélas, plus difficile encore que dans le cas de l'incidence normale. Aussi est-il préférable d'écrire $\Phi(\psi)$ à partir de la formule simplifiée (23). On obtient

$$(47) \quad \Phi(\psi) - \Phi(0) = \left\{ 1 - \frac{\theta}{2} [1 + \sin(u - \psi^2)] - (\theta - \varphi) \cos u \right\} \\ = n\psi^2 \left(\frac{1 + \sin(u - \psi^2)}{1 - \sin(u - \psi^2)} \right).$$

Pour diminuer le nombre des paramètres, supposons d'abord que $\theta = \varphi$. Nous nous plaçons ainsi pour l'incidence normale au centre de la bande passante du réseau, φ étant toujours voisin de $\pi + u$, le déphasage $\Phi(\psi)$ ne dépend que du seul paramètre u . Le terme entre crochets ne variant que peu avec ψ , du moins dans le domaine envisagé, la variation de phase est sensiblement parabolique [$n\psi^2 F(u)$]. On a

tracé sur la figure 30, ces variations de la fonction $[\Phi(\psi) - \Phi(0)] \frac{1}{n}$ pour diverses valeurs usuelles de u .

Si $\theta - \varphi$ est différent de zéro, l'allure de ces courbes peut être notablement modifiée.

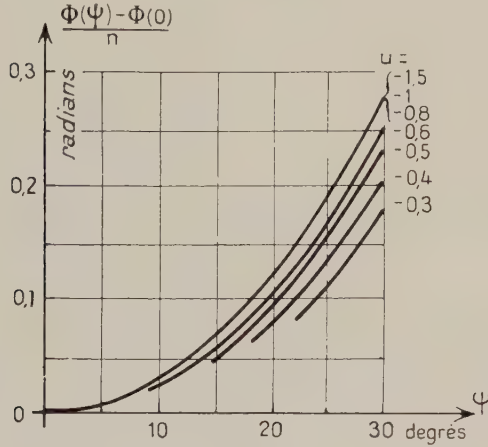


Fig. 30.

Pour des valeurs de θ inférieures à φ , il arrive en effet que le terme $(\theta - \varphi) \cos u$ soit du même ordre de grandeur que $1 - \frac{\theta}{2} [1 + \sin(u - \psi^2)]$ et de signe opposé.

L'expression entre crochets peut alors s'annuler pour un certain angle ψ_0 .

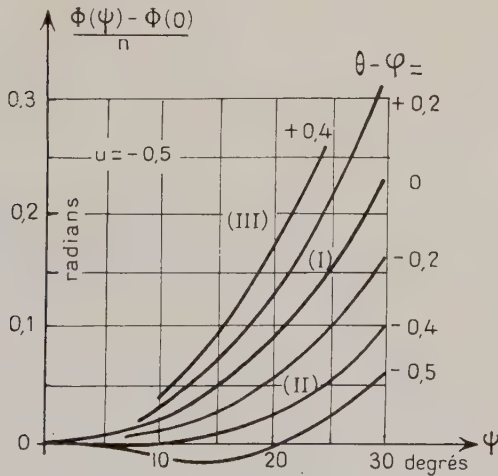


Fig. 31.

La figure 31 indique les diverses courbes que l'on peut obtenir tout en restant à l'intérieur de la bande passante du réseau ($|\theta - \varphi| < |u|$). Les courbes du type de II représentent un intérêt tout particulier, car :

En conservant un déphasage pratiquement constant dans un domaine étendu, elles permettent d'envisager la réalisation de lentilles électromagnétiques aplanétiques.

4. ANALOGIES OPTIQUES. REMARQUES SUR LA RÉFRACTION.

Le but de ce travail étant la réalisation de lentilles électromagnétiques de structure donnée, nous nous sommes volontairement limité à l'étude des seules caractéristiques intervenant dans ce problème : transmission, déphasage. Or les idées qui ont présidé à la construction des premiers diélectriques artificiels laissent prévoir une analogie étroite entre le comportement de nos réseaux et celui d'un diélectrique ou d'une lame cristalline en optique classique. Ce parallélisme a déjà été mis en évidence par J. C. Simon [2], qui a montré que la structure étudiée pouvait être considérée comme l'analogue d'un cristal uniaxe. Il serait sans doute intéressant d'orienter maintenant notre étude dans un sens « optique » en cherchant à définir, à partir des résultats acquis les notions d'indice, de surface des indices ou de trajet d'un rayon lumineux. Une telle étude sortant du cadre de cet article, nous nous bornerons à quelques constatations simples :

1° Le réseau que nous avons étudié est le complément électrique du réseau de disques considéré par Koch [1]. Ce réseau de disques est lui-même dérivé du réseau de sphères représentant, à l'échelle des ondes centimétriques, les molécules des diélectriques ou des cristaux éclairés par des ondes lumineuses ou par des rayons X. On montre en effet que la répartition des champs n'est que peu modifiée si l'on remplace ces sphères par leur grand cercle normal à la direction de propagation de l'onde incidente (cf. [1], fig. 5). Ces deux structures sont cependant très dissemblables. Alors que les caractéristiques d'un réseau de sphères ne varient guère (ou pas du tout) avec la direction de l'onde incidente, celles d'un réseau de disques sont essentiellement différentes suivant qu'on l'éclaire normalement ou parallèlement au plan des disques.



Fig. 32.

Nous aurions obtenu une meilleure représentation du réseau de sphères en considérant deux ou mieux

trois grands cercles perpendiculaires deux à deux (fig. 32). La cellule du réseau complémentaire est représentée sur la figure 33. Il apparaît sur les schémas *b* et *c* que les notions de guides et de couplage entre guides introduits à propos du schéma (*a*) ne sont plus de simples intermédiaires mathéma-

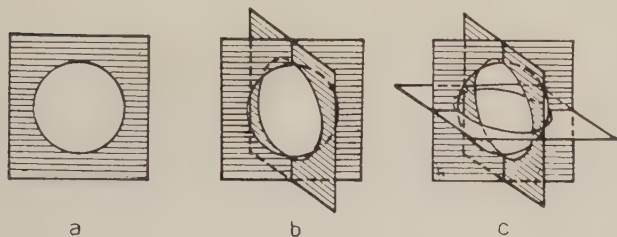


Fig. 33.

tiques, mais possèdent une réalité physique évidente. On remarque aussi qu'il n'y a pas de différences essentielles entre la nature de ces ouvertures.

2° On sait que le retard de phase des ondes lumineuses traversant un diélectrique, s'explique par la diffraction des électrons libres qui transforment les molécules du diélectrique en dipôles oscillants.

Nous avons vu que la diffraction d'une ouverture percée dans un écran plan pouvait être représentée par le rayonnement d'un doublet magnétique, plus celui d'un doublet électrique; ce dernier apparaissant comme une contribution de l'incidence oblique. Les diagrammes de ces deux doublets ont été tracés sur la figure 5. On constate qu'ils se déduisent l'un de l'autre par rotation de $\frac{\pi}{2}$ autour de l'axe Ox , exactement comme les plans définissant les dièdres des figures 32 *b* et 32 *c*.

3° Nous avons vu enfin que, dans un système de guides couplés, il y avait absorption d'énergie dans

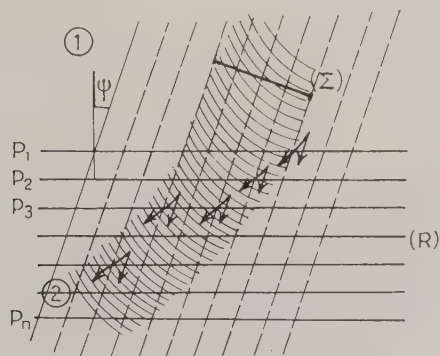


Fig. 34.

le canal formé par les ouvertures de couplage. Dans le cas d'un réseau, ce glissement de l'énergie, dans le plan des plaques représente le phénomène connu en optique sous le nom de réfraction.

Considérons, en effet, (fig. 34) un réseau *R* éclairé sous l'angle ψ par une portion d'onde plane (Σ). (Σ) est évidemment très grand devant la longueur d'onde; nous la supposons néanmoins finie. C'est l'hypothèse analogue que l'on fait en optique pour définir un pinceau lumineux. Il est facile de voir que l'échange d'énergie entre les différents guides fictifs se traduit par une courbure du canal dans lequel se trouve concentrée l'énergie. Compte tenu du signe que nous avons été amené à attribuer à α ($\alpha > 0$), la formule (39) conduit au schéma de la figure 34. Du point de vue de l'optique, ce phénomène caractérise le passage d'un milieu d'indice N_1 , à un milieu d'indice N_2 , inférieur à N_1 . Ici le milieu est le vide et le réseau apparaît comme une substance d'indice inférieure à 1.

C'est bien le résultat auquel nous avons abouti par le simple examen de la vitesse de phase dans le cas de l'incidence normale.

5. CALCUL D'UNE LENTILLE.

Le rôle d'une lentille est de transformer une surface d'onde *S* donnée en une surface Σ jouissant de certaines propriétés (fig. 35). Il s'agit presque toujours de transformer en onde plane l'onde rayonnée par une source linéaire ou ponctuelle. Le problème est alors défini par la fonction de phase $\Phi(x, y)$ donnant le déphasage que doit introduire le réseau en chaque

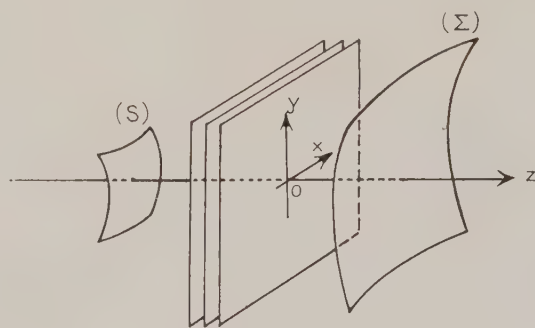


Fig. 35.

point (x, y) de sa surface (fig. 36). Ce déphasage $\Phi(x, y)$ est obtenu en variant le diamètre des trous. On a vu que pour un écartement des plaques donné, le déphasage d'un réseau homogène est fonction linéaire du nombre des plaques. L'épaisseur minimum de la

lentille se trouve donc fixée par l'amplitude $\Delta\Phi$ de sa courbe de phase (fig. 37). Pour réduire cette épaisseur, on utilisera des trous dont le rapport des diamètres sera le plus grand possible, mais on se trouve limité;

- d'un côté par les dimensions du quadrillage;
- de l'autre par la bande passante requise et la précision nécessaire au montage.

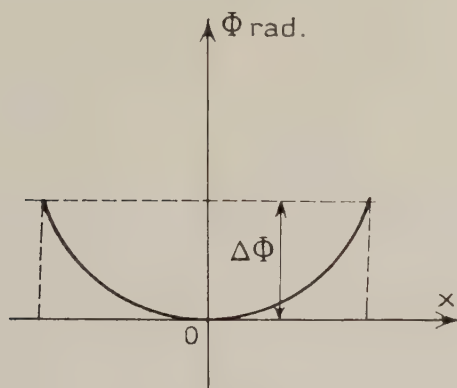


Fig. 36.

En effet, les petits trous sont caractérisés par des u faibles donc des bandes passantes étroites et profondément modelées.

La transmission en module et phase sera une fonction rapidement variable de l'intervalle entre les plaques. On se trouve ainsi limité, en pratique, à des $|u|$ supérieurs à 0,4 ou 0,5 radian.

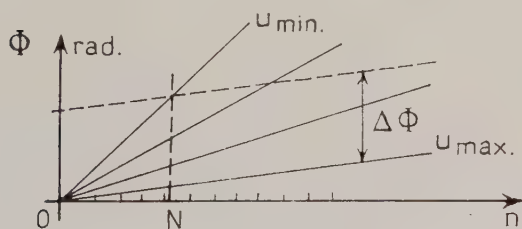


Fig. 37.

Un calcul simple permet de préciser ces résultats. De la formule (23), on tire

$$(48) \quad \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = n \left[\frac{\theta - \varphi_2}{\sin u_2} - \frac{\theta - \varphi_1}{\sin u_1} \right].$$

Les indices 1 et 2 rapportent respectivement aux trous de plus grand et de plus petit diamètre. $\sin u_1$ est alors voisin de 1, et pour des raisons que nous développerons plus loin, $\theta - \varphi_2$ voisin de zéro.

On a lors

$$(49) \quad \Delta\Phi \approx n(\varphi_2 - \varphi_1) = n(u_1 - u_2).$$

En particulier, si

$$|u_1| \approx \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad |u_2| \approx 0,5,$$

$$(50) \quad \Delta\Phi^{\text{rad}} \approx n.$$

Si le déphasage $\Delta\Phi$ est élevé, c'est-à-dire si la lentille est de grande ouverture, cette formule conduit à un nombre de plaques qui peut être prohibitif. On décompose alors la surface de la lentille en « échelons » [2]. Pour cela on coupe la surface de phase $\Phi(x, y)$ par des plans distants de 2π , puis on ramène toutes les couronnes ainsi définies dans un seul intervalle $0 - 2\pi$ (fig. 38). L'épaisseur de la lentille est ainsi limitée à 3 ou 4λ.

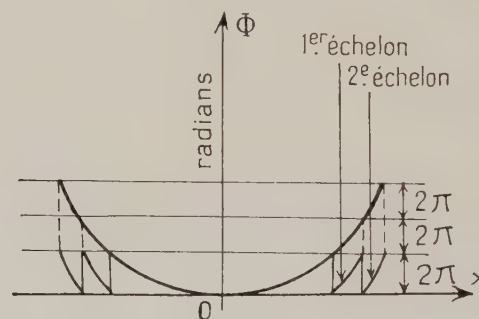


Fig. 38.

Pour que ce système donne de bons résultats, il faut que le nombre des échelons soit faible et leur longueur supérieure à 2λ .

Connaissant une valeur approchée du nombre des plaques ainsi que les caractéristiques extrêmes des éléments à notre disposition (u_1 et u_2), nous pouvons choisir l'écartement optimum qui permettra une transmission correcte en tout point de la surface de la lentille.

Nous avons vu que la bande passante d'un réseau homogène de paramètre caractéristique u est défini par

$$\pi - \theta \quad \pi + \theta u.$$

En choisissant θ à l'intérieur de la bande passante relative aux trous de plus petit diamètre, nous nous trouverons donc *a fortiori* dans la bande passante relative à n'importe quel autre trou (fig. 39). Nous nous placerons toujours le plus près possible de $\theta = \pi + 2u_2$. L'écart entre les déphasages des différents trous est alors maximum, ce qui permet

de réduire un peu le nombre de plaques, dont l'épaisseur de la lentille. n et θ étant choisis, nous pouvons

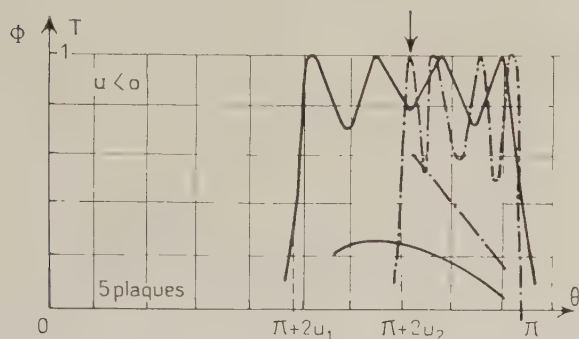


Fig. 39.

tirer de la formule (23) la fonction $u(x, y)$ définissant le paramètre caractéristique de la lentille en chaque point de sa surface.

Si l'intervalle de variation de u ainsi obtenu diffère de celui que nous nous sommes imposé au départ, nous reprendrons ce calcul avec une nouvelle valeur de n différant de une ou deux unités de celle fournie par la formule approchée (50). Cette méthode d'approximations successives conduit très rapidement au résultat cherché. Enfin, pour passer de la fonction $u(x, y)$, au plan de perçage de la lentille, on utilisera un abaque reliant le diamètre D d'un trou à son paramètre caractéristique u pour le quadrillage adopté.

DEUXIÈME PARTIE.

UN NOUVEAU TYPE D'ANTENNE DE STRUCTURE PLANE.

INTRODUCTION.

Nous avons vu que l'énergie électromagnétique tombant sur un réseau de plaques percées de trous pouvait, dans certains cas, être entièrement absorbée par des modes se propageant entre ces plaques.

Il faut pour cela que l'onde incidente soit du type $E_{||}$ ⁽¹⁾ et que sa direction de propagation

fasse, avec la normale au réseau, l'angle d'incidence critique.

Nous avons indiqué à ce propos que ce phénomène pouvait être à la base d'un nouveau type d'antenne et indiqué un schéma mettant en œuvre ce principe.

C'est ce dispositif que nous nous proposons d'étudier plus en détail ici et que, pour la commodité du langage, nous désignerons maintenant sous le nom d'*antenne plane*. Nous verrons en effet que le

⁽¹⁾ C'est-à-dire dont le vecteur électrique est situé dans le plan d'incidence.

principal intérêt de ce type d'antenne réside dans sa géométrie extrêmement simple, et c'est sous cet angle que nous en avons recherché les possibilités.

On sait que les performances des grands aériens sont presque toujours limitées par des difficultés de réalisation d'ordre mécanique. Dans la majorité des cas, il s'agit de construire un réflecteur métallique (et généralement parabolique) tel que l'écart entre cette surface et la surface théorique désirée reste partout très inférieur à la longueur d'onde (par exemple $< \frac{\lambda}{10}$).

Lorsque les dimensions de ces miroirs atteignent plusieurs centaines de longueurs d'onde, une pareille précision devient extrêmement difficile à tenir.

L'antenne que nous proposons ici n'échappe naturellement pas à des exigences de cet ordre; mais sa structure plane permet une réalisation mécanique beaucoup plus aisée.

Il est facile, en effet, d'établir et de vérifier à tout instant la planéité d'une surface avec une très grande précision (par visées optiques par exemple). Une fois obtenue, cette planéité ne sera que peu sujette aux déformations dues aux variations de la température.

Il est donc logique d'envisager l'emploi d'antennes planes lorsque les performances imposées conduisent à une surface rayonnante de très grande dimension.

Un exemple en sera donné par une antenne destinée à la radioastronomie et dont le pouvoir séparateur atteint 3 mn d'angle à 3 cm de longueur d'onde.

1. ÉCHANGES D'ÉNERGIE ENTRE L'ANTENNE ET LE MILIEU AMBIANT.

1.1. Retour sur le principe de base.

C'est l'étude des réseaux épais qui a montré l'existence d'un angle d'incidence pour lequel toute l'énergie électromagnétique tombant sur le réseau est absorbée par des modes se propageant entre les plaques.

Il serait possible d'utiliser tel quel ce dispositif comme antenne en recueillant de façon convenable les énergies contenues dans chacune de ces ondes.

On disposerait, pour cela, sur la tranche du réseau, autant de collecteurs que de « modes parasites ».

Les ondes captées par ces collecteurs seraient ensuite réunies avec des phases convenables, de façon à céder toute leur énergie au circuit d'utilisation.

Cette opération se trouve considérablement simplifiée s'il n'existe qu'une seule de ces ondes.

On atteint ce résultat en utilisant deux plaques métalliques P et II, dont une seule (P) est percée, l'autre jouant le rôle d'écran et contribuant à propager jusqu'au collecteur (C) l'onde diffractée par la première plaque. Le schéma d'une telle antenne est indiqué sur la figure 1.

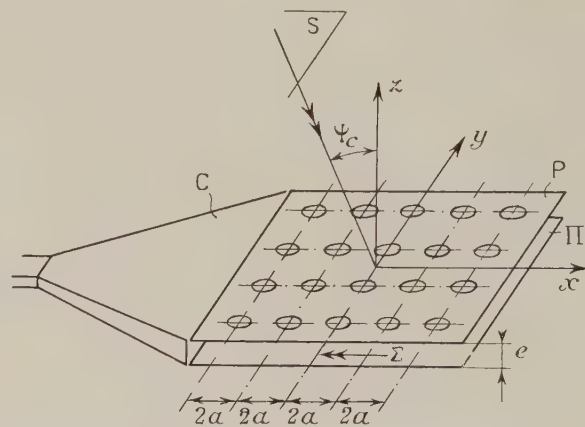


Fig. 1.

On conçoit que les raisonnements faits à propos des réseaux épais s'appliquent aussi à ce montage.

Nous en reprendrons cependant l'essentiel pour nous attacher, dans ce cas particulier à la signification physique des phénomènes.

Lorsqu'une onde électromagnétique S tombe sur la plaque P, chacune des ouvertures de P se trouve transformée en élément rayonnant. Si l'onde S est du type $E_{||}$, le diagramme de rayonnement de ces ouvertures est à peu près omnidirectionnel dans le plan d'incidence. On peut donc parler, dans ce plan, de sources élémentaires, au sens habituel que l'on donne à ce mot.

La répartition de ces sources est *discontinue* et leur phase est une fonction linéaire de leur position. Aussi est-il possible de leur associer tout un groupe d'ondes.

On comprendra mieux la signification de ce phénomène si l'on se rapporte un instant à son analogue mécanique.

Soit, sur un axe Ox, une suite de points $M_1, M_2, \dots, M_n$, régulièrement espacés. Ces points peuvent vibrer perpendiculairement à cet axe à la même fréquence ν . Si leur phase à l'instant t_0 est une fonction linéaire de l'abscisse x, on sait que l'on peut associer à ce système non pas une mais *une infinité* de longueurs d'onde, correspondant toutes à la même fréquence ν .

Ce point de vue, qui peut surprendre l'ingénieur

habitué à considérer les ondes en tant que phénomène *continu* est expliqué très clairement sur la figure 2 extraite de l'Ouvrage de L. Brillouin sur la propagation des ondes dans les milieux périodiques [8].

Dans le cas qui nous occupe, nous disposons d'une suite discontinue de sources élémentaires, la grandeur

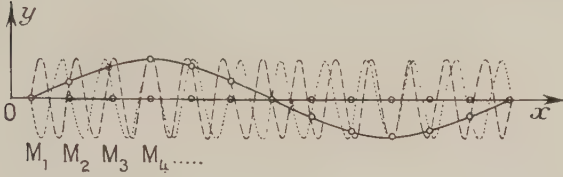


Fig. 2.

du champ électromagnétique jouant ici le rôle de l'ordonnée y dans l'exemple précédent.

Nous définirons de même sur l'axe Ox tout un ensemble de longueurs d'onde, soit $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. La longueur d'onde, dans le vide, est, par ailleurs, parfaitement définie : $\lambda = \frac{c}{\nu}$.

A cet ensemble de longueurs d'onde correspond donc un ensemble d'ondes planes, rayonnées dans des directions faisant avec la normale à P des angles $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$, définis par l'équation

$$(1) \quad \sin \psi_i = \frac{\lambda}{\lambda_i}.$$

Remarquons que ces ondes du type $E_{||}$ forment deux groupes distincts, symétriques par rapport au plan P . Elles n'auront d'existence réelle que si λ_i est supérieur à λ (fig. 3).

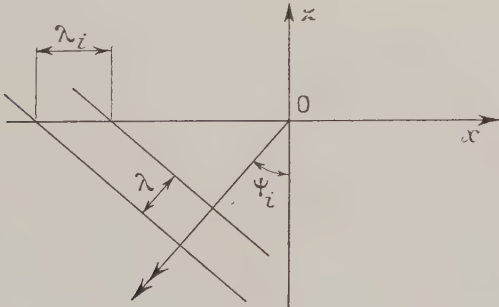


Fig. 3.

Un cas particulier important est celui où $\lambda_i = \lambda$. On définit ainsi deux ondes qui se propagent le long de la plaque P . Soient Σ l'onde correspondant aux z négatifs, Σ' celle correspondant aux z positifs.

Il est facile d'isoler l'onde Σ en disposant parallèlement à P , et derrière elle, un écran Π . L'énergie

contenue dans Σ alors recueillie dans un collecteur C , comme il est indiqué sur la figure 1.

On s'affranchit de la nécessité d'un second collecteur en supprimant la possibilité d'exciter l'onde Σ' sur la plaque P .

Pour cela, on dispose au-dessus de P , et entre les ouvertures percées dans cette plaque, de petites lames métalliques formant écran à la propagation le long de l'axe Ox .

On aboutit ainsi à la structure représentée sur la figure 4.

L'analyse détaillée de l'efficacité de ces écrans sort du cadre de cet article. Notons seulement que nous avons réalisé comme guide à l'onde Σ' , une

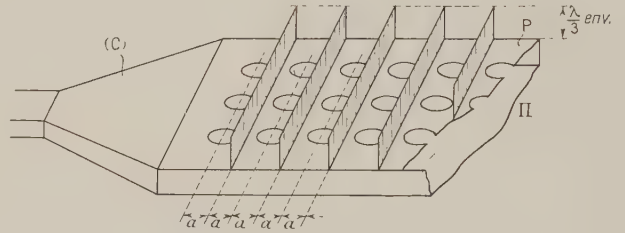


Fig. 4.

« corrugated surface » présentant une bande coupée pour les fréquences utilisées.

On trouvera dans la thèse de G. Weill [9] une étude approfondie de ces questions.

La possibilité d'exciter l'onde Σ est liée au déphasage existant entre les diverses sources élémentaires donc à l'angle d'incidence de l'onde plane S qui tombe sur la plaque P .

Nous avons montré que cet angle ψ_c est relié aux divers paramètres de l'antenne par la formule

$$(2) \quad \sin \psi_c = \frac{\lambda_1}{2a} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Rappelons (fig. 1) que :

- $2a$, est l'écartement entre les ouvertures;
- λ_1 , la longueur d'onde dans le vide de l'onde incidente considérée;
- λ_2 , sa longueur d'onde dans le guide formé par les plaques P et Π . Par suite de l'échange d'énergie entre ces deux ondes, λ_2 est légèrement différent de λ_1 .

Vue sous cet angle, l'antenne plane apparaît essentiellement comme une zone où s'établit la correspondance entre deux ondes : une onde plane S (onde incidente) et une onde guidée Σ (onde captée).

Cette interprétation peut d'ailleurs être généralisée. Une antenne est avant tout un *transformateur* où l'on fait correspondre à l'onde plane qui se propage dans l'espace libre, une onde guidée permettant de concentrer l'énergie contenue dans la portion d'onde plane découpée par l'antenne, en un point où cette énergie peut être utilisée.

Dans les antennes classiques (réflecteurs paraboliques, lentilles), cette transformation se fait par l'intermédiaire d'une onde sphérique.

Dans une antenne plane, la correspondance est directe, d'où un gain en volume important. La plaque P intervient comme surface de séparation entre ces deux ondes; les trous définissant les zones d'interaction, là où la phase de ces ondes est la même à $2n\pi$ près.

Remarque importante. — Tous les raisonnements faits jusqu'ici l'ont été dans le plan xOz . C'est dans ce plan en effet, que l'on a pu parler de sources élémentaires. Nous avons résolu, en fait, un problème à deux dimensions. Pour obtenir un effet directif dans le plan perpendiculaire yOz , nous nous adresserons à l'excitateur qui sera du type « linéaire ». Cette nécessité apparaît clairement sur la figure 4. Pour la même raison, l'espacement transversal entre les ouvertures (axe Oy) sera de l'ordre d'une demi-longueur d'onde.

1.2. Calcul des paramètres.

1.2.1. ADAPTATION DE L'ANTENNE. — Si la plaque P définit la surface d'interaction entre les ondes S et Σ , elle se comporte aussi comme un *obstacle* interposé sur le trajet de l'onde S.

En général, il existe donc une onde réfléchie S' obéissant aux lois classiques de la réflexion.

Il est cependant possible d'adapter l'antenne en jouant sur la distance e entre les plaques P et II.

Considérons en effet l'image électrique de P dans II. Soit P', symétrique de P par rapport à II. Pour un observateur situé du côté de l'onde plane, le système PP' est identique au système PII. Nous sommes ramenés au problème connu de la transmission d'un réseau de deux plaques.

Cette transmission sera égale à 1 (pas d'onde réfléchie) si la distance $2e$ entre P et P' est telle que

$$(3) \quad 2\pi \frac{2e}{\lambda} = \pi + u,$$

où u est le paramètre caractéristique de la plaque P.

Cette équation fournit une condition nécessaire mais non suffisante. Nous avons, en effet, négligé

les effets de bord, supposant plus ou moins implicitement de ce fait la longueur de l'antenne infinie.

En réalité la longueur de l'antenne aura une valeur finie L , et l'équation (3) doit être complétée par la condition qu'il n'y ait, aux extrémités, aucune onde réfléchie.

Considérons une antenne plane que nous supposons cette fois, fonctionner en antenne d'émission.

Nous avons représenté sur la figure 5 la coupe de cette antenne dans le plan d'incidence xOz .

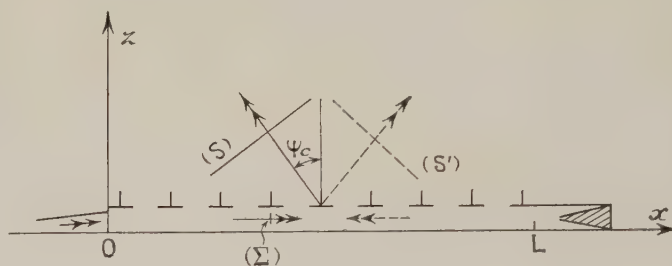


Fig. 5.

Nous conserverons désormais ce schéma, la coordonnée y n'intervenant pas dans le principe de fonctionnement.

L'excitation se faisant dans le sens des x positifs, il est clair que toute onde se propageant dans le sens opposé rayonnera une onde S' symétrique à l'onde S par rapport à Oz.

La condition (3) indique que l'onde émise en O se propage sans réflexion jusqu'en L. Si toute l'énergie injectée dans l'antenne n'a pas été rayonnée le long de OL, il est donc nécessaire de disposer, à l'extrémité L de l'antenne, une charge adaptée.

Si la direction de rayonnement est normale à l'antenne ($\psi_c = 0$), rien ne distingue plus les ondes S et S', et la charge adaptée peut être remplacée par un court-circuit.

Cependant l'expérience a montré qu'une antenne fonctionnant en ondes stationnaires présentait de nombreux inconvénients par rapport à une antenne fonctionnant en ondes progressives. Aussi cette solution n'a jamais été retenue.

1.2.2. BANDE PASSANTE. — La notion de bande passante est étroitement liée à celle d'adaptation. A partir de la représentation de l'antenne par un réseau de deux plaques, on déduit immédiatement la bande passante de ce système (qui est celle d'un système résonnant) et la surtension, soit

$$(4) \quad S = \frac{\pi \cos u}{\sin^2 u}.$$

Nous verrons plus loin que le paramètre u est lié

directement à la longueur de l'antenne, et qu'il est d'autant plus petit que cette longueur est plus grande. Dans les cas usuels, la surtension S reste faible. A titre d'exemple elle est de 10 pour une antenne de 22λ de long (soit une largeur du lobe principal de $20,5$ environ).

Lorsqu'on s'éloigne du centre de la bande, le taux d'ondes stationnaires mesuré en O (excitation) augmente, et simultanément, il apparaît un rayonnement (onde S') symétrique au rayonnement principal par rapport à la normale à l'antenne.

On a tracé sur la figure 6 la courbe indiquant le niveau du rayonnement parasite compté par rapport au niveau du lobe principal, en fonction du taux d'ondes stationnaires η .

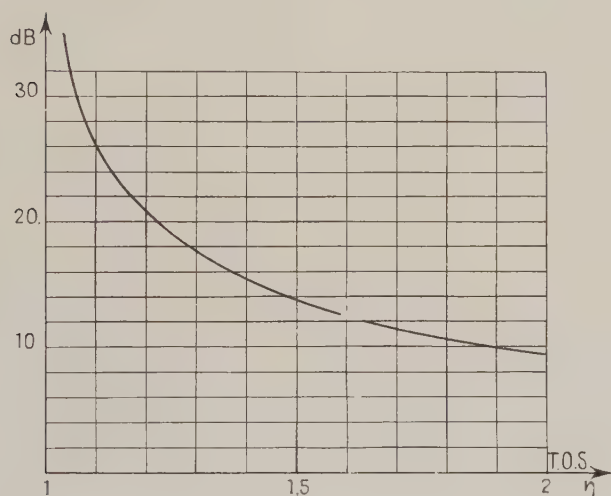


Fig. 6.

Si l'on s'impose un intervalle de 20 dB, la bande utilisable est donc assez réduite.

On trouve pour $\eta = 1,2$:

$$\Delta f = \frac{f_0}{S} \frac{1}{11} = \frac{\Delta f(3 \text{ dB})}{11}.$$

Il serait possible d'améliorer ces performances en utilisant une antenne épaisse dont l'élément diffractant serait constitué par un réseau de plaques. Le schéma équivalent est alors celui d'un filtre à plusieurs cellules. On peut ainsi obtenir une bande passante, plus carrée que celle d'un seul système résonnant.

Il s'ensuit malheureusement une complication mécanique importante.

La condition d'adaptation n'est d'ailleurs pas la seule qui intervient pour définir la bande passante d'une antenne plane. En effet, cette condition exprime seulement que l'énergie injectée dans

l'antenne est, soit absorbée en bout, soit rayonnée dans une direction faisant l'angle ψ_c avec la normale aux plaques. Or, cet angle ψ_c est fonction de la fréquence; et lorsque la fréquence varie, le pinceau défini par l'antenne tourne autour de l'axe Oy .

Par dérivation de la formule (2) on obtient

$$(5) \quad \Delta\psi_c = \frac{\Delta f}{f} \frac{\lambda}{2a} \frac{1}{\cos\psi_c}.$$

Si l'on admet une variation de 1 dB sur le niveau reçu, la valeur de $\Delta\psi_c$ est limitée à la moitié de la largeur Θ du lobe principal (largeur définie par les points à 3 dB) (fig. 14). On en tire

$$\frac{\Delta f}{f} \sim \frac{\Theta}{2} \frac{2a}{\lambda} \cos\psi_c \sim \frac{\Theta}{1} \quad (\text{radians}),$$

La bande passante ainsi définie, varie encore comme l'inverse du pouvoir séparateur. Là encore il est possible d'élargir le domaine d'utilisation en disposant devant l'antenne un prisme convenablement calculé. On pourra réaliser ce prisme au moyen d'un réseau de plaques. Le calcul de cet élément peut se faire assez simplement à partir des formules obtenues dans l'étude des réseaux épais.

2. ÉTUDE DU CHAMP RAYONNÉ PAR UNE ANTENNE PLANE.

Le champ total s'obtient en faisant la somme des champs partiels rayonnés par chacune des ouvertures percées dans la plaque P . On a vu que chaque ouverture peut être considérée, du moins dans un plan d'incidence, comme une source élémentaire. Nous chercherons d'abord la phase et l'intensité relative de chacune de ces sources.

Dans la technique des micro-ondes on suppose généralement l'antenne définie par une *distribution* continue de sources élémentaires réparties sur toute la surface de diffraction de l'antenne. Cette fonction « éclaircissement » étant supposée connue, soit $f(x, y)$ ⁽²⁾, le diagramme à l'infini s'en déduit dans chaque plan, par une transformation de Fourier :

$$(6) \quad G(\sin\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y_0) e^{jkx \sin\theta} dx$$

Sur une antenne plane, la répartition des sources est discontinue. Toutefois, l'écartement entre ces sources étant toujours compris entre λ et $\frac{\lambda}{2}$ on ne

⁽²⁾ $f(x, y)$ représente un *champ*.

commettra pas d'erreur sensible en supposant cette répartition continue, et en définissant une fonction éclairément qui sera l'enveloppe de l'intensité des divers éléments rayonnants.

On montre en effet, au moyen de principes très généraux, que deux sources ne peuvent être considérées comme indépendantes si elles ne sont espacées d'au moins $\frac{\lambda}{2}$ [10].

2.1. Formules générales.

2.1.1. ÉTUDE DE LA PHASE RELATIVE DES DIVERSES SOURCES LE LONG DE L'ANTENNE. — La première condition à réaliser pour obtenir une antenne directive, concerne la phase qui doit être une fonction linéaire de l'abscisse.

Cette loi est toujours vérifiée si les ouvertures sont régulièrement espacées sur Ox. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire de les supposer identiques. En effet, tant que leur diamètre reste petit devant la longueur d'onde (en pratique $|u| < 0,5$) le déphasage dû à la diffraction est constant et égal à $\frac{\pi}{2}$. Ce résultat est important, car il montre la possibilité d'agir sur la fonction éclairément par une variation du diamètre des trous.

2.1.2. ÉTUDE DE L'INTENSITÉ RAYONNÉE LE LONG DE L'ANTENNE. — Soient $O_1, O_2, \dots, O_n, n$ ouvertures rayonnantes, non nécessairement identiques, mais régulièrement espacées sur l'axe Ox et distantes l'une de l'autre de $2a$ (fig. 7).

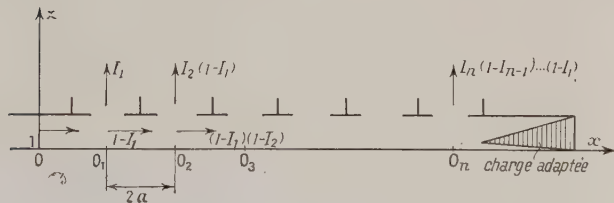


Fig. 7.

Nous négligerons maintenant le terme de phase, fonction linéaire de l'ordre du trou.

Chaque ouverture peut être définie par un coefficient I représentant la fraction d'énergie qu'elle rayonne lorsqu'elle est excitée par une onde unité.

Ce coefficient I , essentiellement positif, est relié simplement au paramètre caractéristique u de la plaque P. On a

$$(7) \quad I = |t|^2 = \sin^2 u.$$

L'antenne étant excitée en O par une onde unité,

l'énergie rayonnée par le trou d'ordre p s'écrit

$$(8) \quad W_p = I_p(1 - I_{p-1})(1 - I_{p-2}) \dots (1 - I_1).$$

Nous verrons que les coefficients I sont toujours très faibles. On peut donc écrire

$$(9) \quad W_p = I_p e^{-\sum_{i=1}^{p-1} I_i}.$$

Si l'on suppose l'éclairément continu, c'est-à-dire si l'on adopte pour I une fonction continue $I(x)$ telle que $I(2a) = I_1, I(4a) = I_2, \dots$, on obtient

$$(10) \quad W(x) = I(x) e^{-\frac{1}{2a} \int_0^x I(x) dx}.$$

Ces formules permettent de calculer l'éclairément de la surface rayonnante à partir du coefficient I des trous, donc en définitive, à partir du plan de perçage de la plaque P. De là, on déduira le diagramme de rayonnement par les méthodes classiques.

Dans le cas le plus simple, tous les trous sont égaux. La fonction $I(x)$ est constante et égale à I_0 et l'éclairément est exponentiel,

$$(11) \quad W(x) = I_0 e^{-\frac{I_0 x}{2a}}.$$

Le diagramme correspondant sera étudié en détail plus loin.

Dans la pratique, le problème se pose le plus souvent à l'envers : l'éclairément de l'antenne est défini par la forme du diagramme que l'on se propose de réaliser.

On tire $I(x)$ de l'équation (10), soit (3)

$$(12) \quad I(x) = \frac{W(x)}{\frac{1}{2a} \int_x^L W(x) dx + W_L},$$

où

L , est la longueur de l'antenne;

W_L , l'énergie absorbée à l'extrémité de l'antenne par la charge adaptée.

Cette formule appelle quelques remarques.

Pour obtenir une fonction $I(x)$ physiquement réalisable, il faut que la variation de I soit :

— lente sur un intervalle $x = 2a$;

(3) On prend le logarithme des deux membres de l'équation (10), puis on dérive par rapport à x pour faire disparaître le signe $\int$. On obtient alors une équation différentielle de

Riccati que l'on résout par le changement de variable $y = \frac{1}{I}$. La constante d'intégration se calcule à partir de l'énergie W_L restant en bout de l'antenne.

— bornée théoriquement par 1, et pratiquement par une valeur beaucoup plus faible de l'ordre de 0,25 (hypothèse du trou petit).

Exemple. — On veut obtenir par une variation convenable du diamètre des trous, une illumination constante sur toute la surface d'une antenne de longueur L .

Soit

$$W(x) = W_0.$$

L'équation (12) conduit à

$$I(x) = \frac{1}{\frac{L-x}{2a} + \frac{W_0}{W_1}}.$$

La courbe représentative de cette fonction est tracée sur la figure 8.

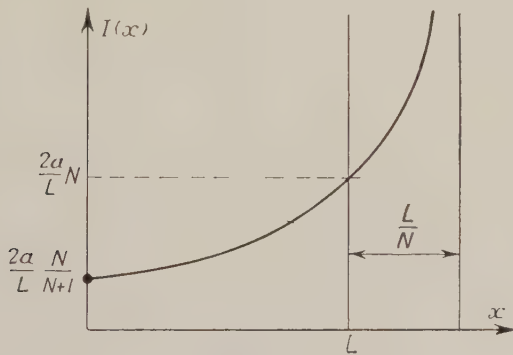


Fig. 8.

Si l'on veut que l'antenne ait un gain acceptable, l'énergie W_i doit être faible devant l'énergie rayonnée, soit

$$W_i = \frac{1}{N} \frac{1}{2a} \int_0^L W_0 dx = \frac{1}{N} W_0 \frac{L}{2a},$$

N sera, par exemple de l'ordre de 10. La valeur maximum de I étant fixée, on voit qu'il sera d'autant plus facile de réaliser l'éclairement désiré que l'antenne sera plus longue et l'énergie perdue en bout plus grande.

Remarque. — On se souvient que l'écartement e entre les deux plaques P et II est défini par le paramètre u du trou correspondant.

Si le diamètre des trous varie avec leur position, l'épaisseur de l'antenne varie également.

Pour que la formule (3) reste valable, il faut que l'on puisse encore parler d'image électrique de P dans II.

Il faut de plus que cette image électrique P'

soit identique à P ou tout au moins, que l'on puisse décomposer P et P' en éléments homologues sensiblement égaux.

Ceci revient à imposer à l'écartement e une variation lente le long de l'antenne. Cette condition sera d'autant mieux satisfaite que la longueur de l'antenne sera plus grande.

Un cas particulier important est celui où la variation du diamètre des trous conduit pour u à une loi linéaire en x ($u = u_0 + \alpha x$). La plaque II est plane et la notion d'image électrique rigoureuse.

2.2. Éclairement symétrique. Éclairement dissymétrique.

Plusieurs types d'éclairements sont maintenant classiques [11], [12]. Ils ont été définis à partir de fonctions simples qui, prises à l'intérieur d'un intervalle donné, représentent à peu près les illuminations que l'on peut obtenir avec des cornets.

Tous ces éclairements sont symétriques par rapport au centre de l'antenne, et conduisent à des diagrammes de rayonnement possédant des zéros et, entre ces zéros, des lobes secondaires.

Nous avons vu qu'il est théoriquement possible d'obtenir de semblables fonctions avec une antenne plane par une variation convenable du diamètre des trous.

En réalité, ce procédé est assez limité et toujours délicat, par suite des restrictions que nous avons exposées plus haut.

L'illumination normale d'une antenne plane suit une loi exponentielle (fig. 9). Nous verrons que cette

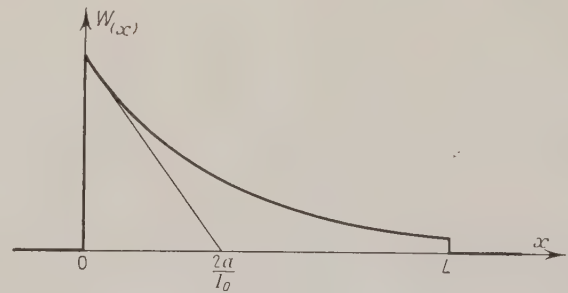


Fig. 9.

répartition conduit à des résultats très acceptables, voisins de ceux que l'on obtient avec une illumination carrée. Ses inconvénients sont dus à la forte discontinuité existant à l'origine ainsi qu'à la dissymétrie marquée de la courbe d'éclairement.

On sait en effet que les discontinuités de cette fonction se traduisent par des oscillations importantes sur sa transformée de Fourier, c'est-à-dire,

par des lobes secondaires élevés sur le diagramme de rayonnement.

Il est d'autre part facile de montrer que la dissymétrie de la courbe d'éclairement se traduit par une absence de zéros sur le diagramme de rayonnement.

Soit (fig. 10), un éclairement dissymétrique E_0 ,

l'on considère une des lignes de force du champ rayonné (fig. 11). L'excitation correcte est d'ailleurs d'une grande simplicité; la jonction entre le guide d'excitation (G.Ex.) et les deux bras du V se faisant au moyen de la jonction classique, connue sous le nom de « T série » (fig. 12).

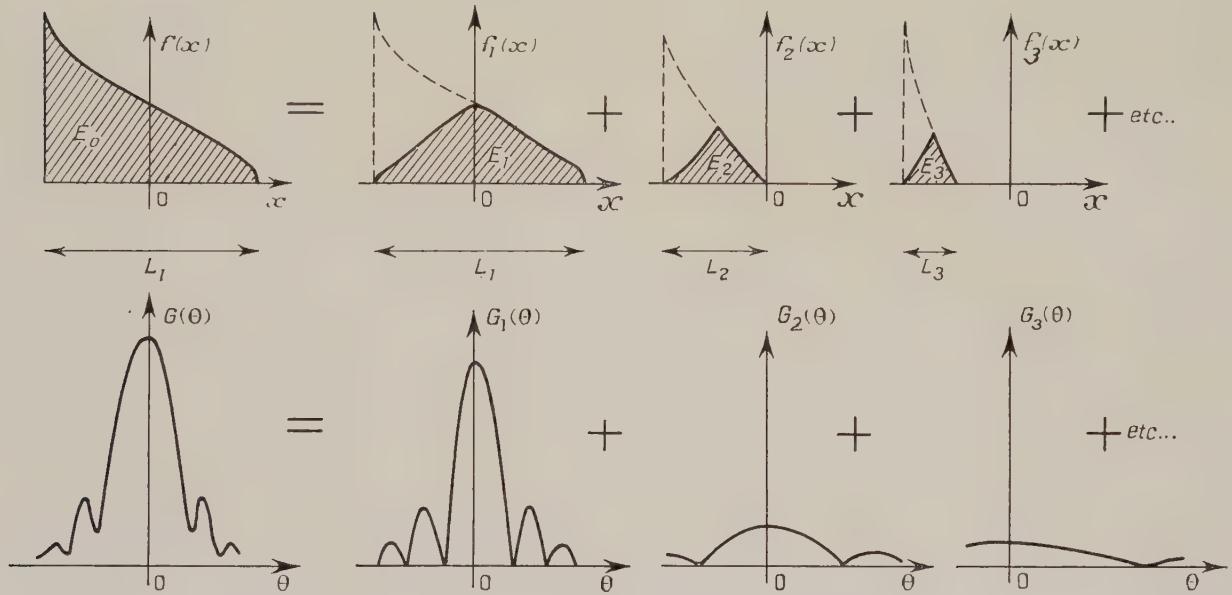


Fig. 10.

Il est possible de le décomposer en une somme d'éclairements partiels symétriques, soient $E_1, E_2, \dots, E_n$ de largeur $L_1, L_2 = \frac{L_1}{2}, \text{ etc.}$ A chacun de ces éclairements partiels correspond un diagramme de rayonnement dont les lobes sont entre eux comme 1, 2, 4, etc. et possèdent des zéros répartis dans les mêmes rapports.

Le diagramme de rayonnement de E_0 s'obtient en faisant la somme des diagrammes partiels. On voit que les zéros des premiers diagrammes disparaissent sous le rayonnement des suivants (fig. 10).

Pour toutes ces raisons, il peut être avantageux de réaliser un éclairement symétrique dont chaque moitié est définie par une exponentielle semblable à celle de la figure 9 (ou toute autre courbe voisine).

On obtient très simplement ce résultat en associant deux antennes planes identiques, suivant le schéma indiqué sur la figure 11.

Seule l'excitation de ce montage mérite une attention particulière : pour que les ondes rayonnées par chacun des deux éléments soient en phase à l'infini, il est nécessaire d'exciter les antennes A_1 et A_2 par des ondes en opposition de phase.

Cette apparente anomalie s'explique facilement si

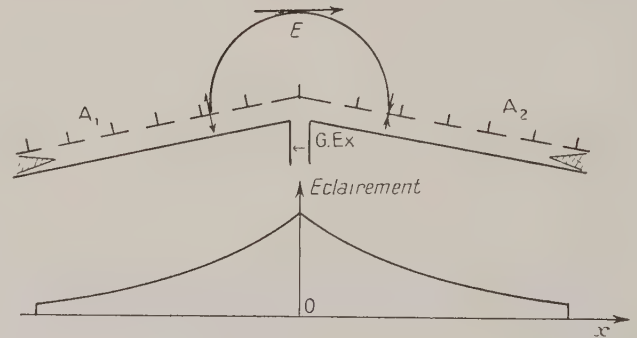


Fig. 11.

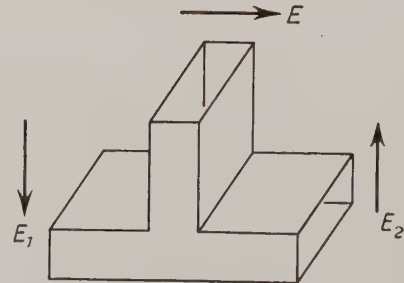


Fig. 12.

2.3. Étude du diagramme de rayonnement d'une antenne plane homogène (ouvertures identiques le long de l'axe des x).

2.3.1. ÉCLAIREMENT DISSYMMÉTRIQUE. — On a

$$(13) \quad W(x) = W_0 I_0 e^{-\frac{L_0}{2a}x} e^{jx \sin \psi_c} \quad (0 \leq x \leq L),$$

W_0 , énergie envoyée dans la rangée de trous considérée;

I_0 , coefficient de rayonnement de chaque trou ($I_0 = \sin^2 u$);

$2a$, entraxe des trous.

Il est clair que l'énergie W_0 est absolument arbitraire.

Nous poserons pour simplifier

$$W_0 I_0 = 1.$$

Le diagramme de rayonnement n'est autre que la transformée de Fourier de la fonction *champ* à la surface de l'antenne. Nous écrirons conformément à l'usage

$$(14) \quad G(v) = \int_0^L e^{-\frac{L_0}{2a}x} e^{jx \sin \psi_c} e^{jx v} dx,$$

avec

$$v = \frac{\pi}{\lambda} L \sin \theta - \psi_c,$$

θ étant la coordonnée angulaire du rayonnement comptée à partir de la direction définie par l'angle d'incidence critique (fig. 13).

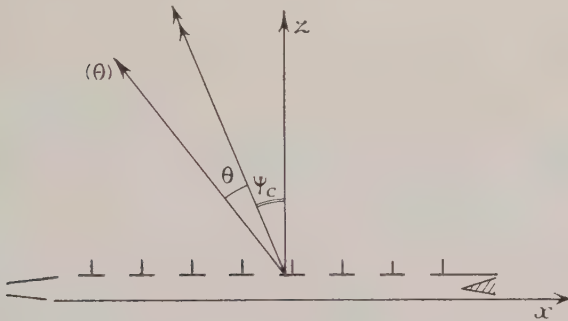


Fig. 13.

On trouve

$$(15) \quad G(v) = e^{-\frac{L_0}{8a}} e^{jv} \frac{\operatorname{sh} \left(\frac{L I_0}{8a} - jv \right)}{\frac{L I_0}{8a} + v} \cdot L,$$

d'où

$$(16) \quad |G(v)|^2 = e^{-\frac{L I_0}{4a}} \frac{\operatorname{sh}^2 \left(\frac{L I_0}{8a} \right) + \sin^2 v}{\left(\frac{L I_0}{8a} \right)^2 + v^2} L^2.$$

Le facteur de gain sera défini par comparaison avec une antenne de même dimension, à éclairage constant, et rayonnant toute l'énergie envoyée dans l'antenne plane (c'est-à-dire la somme de l'énergie effectivement rayonnée par cette antenne, et de l'énergie absorbée dans la terminaison adaptée).

L'énergie répartie sur l'antenne de référence est

$$(17) \quad W(x) = \frac{1}{L} \int_0^L e^{-\frac{L_0}{2a}x} dx = \frac{2a}{L I_0}$$

et son diagramme est donné par

$$(18) \quad g(v) = \int_0^L \sqrt{\frac{2a}{L I_0}} e^{jx \sin \psi_c} dx = \sqrt{\frac{2a}{L I_0}} e^{jv} \frac{\sin v}{v} L.$$

Le facteur de gain de l'antenne plane est donc

$$(19) \quad \mathcal{G} = \frac{|G(0)|}{|g(0)|} = 2 \frac{1 - e^{-\frac{L I_0}{4a}}}{\sqrt{\frac{L I_0}{2a}}}.$$

On a tracé sur la figure 14 la courbe donnant le facteur de gain $\mathcal{G}$ en fonction du paramètre $\frac{L I_0}{2a}$.

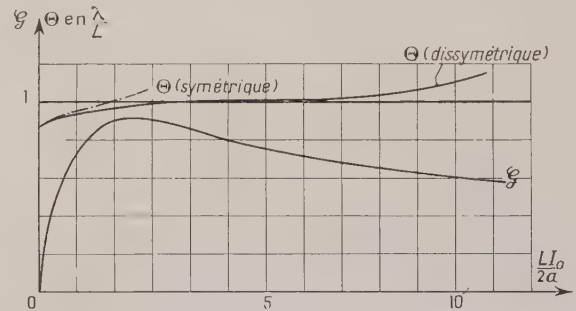


Fig. 14.

On constate que cette courbe passe par un maximum très flou pour

$$\frac{L I_0}{2a} = 2,5, \quad \text{soit} \quad L = 2,5 \frac{2a}{I_0}.$$

On remarque que ce maximum est assez élevé puisqu'il correspond à un facteur de gain de 0,9, soit moins de 0,9 dB au-dessous du maximum théorique.

On a tracé aussi sur la même figure la courbe donnant la largeur Θ du lobe principal. [Cet angle

(*) Cette quantité est désignée habituellement par la lettre u . Nous avons modifié cette notation pour qu'il ne puisse y avoir de confusion avec le paramètre caractéristique de la plaque P.

étant défini, selon l'usage, par les points à 3 dB en dessous du maximum de rayonnement ⁽⁵⁾].

La pente de cette courbe est faible et l'angle Θ s'écarte peu de $\frac{\lambda}{L}$ valeur voisine du minimum théorique.

On peut par raisonnement qualitatif très simple retrouver quelques-uns de ces résultats.

Lorsque la longueur de l'antenne est petite devant $\frac{2a}{I_0}$ l'illumination est pratiquement constante, mais la plus grande partie de l'énergie guidée par les plaques est absorbée dans la charge terminale (fig. 15 a).

La largeur du lobe principal est donc voisine des 0,88 correspondant à l'illumination carrée, et le gain très faible. Lorsque la longueur de l'antenne est grande devant $\frac{2a}{I_0}$ (fig. 15 b) toute l'énergie est

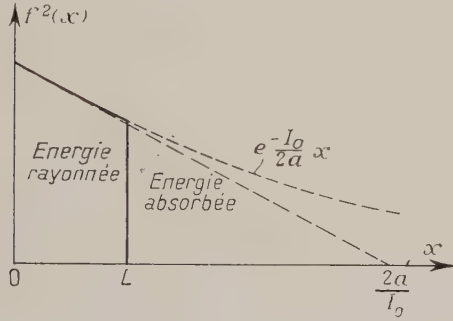


Fig. 15 a.

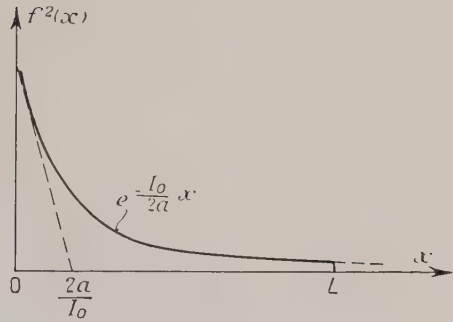


Fig. 15 b.

⁽⁵⁾ La résolution de l'équation (16) dans laquelle on a fait $|G(v)|^2 = \frac{1}{2}$ a été faite graphiquement. Le problème se ramène à la recherche des points d'intersection de la courbe $Y = \sin^2 \sqrt{X}$ avec les droites

$$Y = PX + Q,$$

$$X = v^2, P = \frac{1}{2} \frac{\text{sh}^2 \left(\frac{LI_0}{8a} \right)}{\left(\frac{LI_0}{8a} \right)^2}, \quad Q = \frac{1}{2} \text{sh}^2 \left(\frac{LI_0}{8a} \right).$$

bien rayonnée dans l'espace, mais une grande partie de l'antenne peut être considérée comme de peu d'efficacité. Relativement à la longueur L le gain sera donc faible et la largeur du lobe principal élevée.

Entre ces deux extrêmes se trouve la zone optimum de fonctionnement. La figure montre que cette zone est large et sa position peu critique.

2.3.2. ÉCLAIREMENT SYMÉTRIQUE (ANTENNE EN V).

— On a cette fois

$$(20) \quad W(x) = W_0 I_0 e^{-\frac{I_0}{2a} |x|}, \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2};$$

d'où l'on tire

$$(21) \quad G(v) = \frac{\frac{LI_0}{8a} - \frac{LI_0}{8a} e^{-\frac{LI_0}{8a} \cos v} + v e^{-\frac{LI_0}{8a} \sin v}}{\left(\frac{LI_0}{8a} \right)^2 + v^2} L.$$

$$(22) \quad \mathcal{G} = 2 \frac{1 - e^{-\frac{L'I_0}{4a}}}{\sqrt{\frac{L'I_0}{2a}}}, \quad \text{avec } L' = \frac{L}{2}.$$

On remarque que le facteur de gain est donné par la même formule que dans le cas précédent.

Quant à la largeur du lobe principal, la résolution de l'équation $|G(v)|^2 = \frac{1}{2}$ conduit à des valeurs de Θ légèrement supérieures à celles trouvées pour l'éclairement dissymétrique.

2.3.3. Pour parfaire la comparaison entre ces deux types d'éclairement on a tracé dans chaque cas, le diagramme de rayonnement correspondant au facteur de gain maximum (fig. 16). On a tracé aussi, sur la même figure, le diagramme obtenu à partir d'une illumination carrée. Bien que toutes ces courbes aient, sur la figure, leur sommet commun, on se souviendra que le gain obtenu à partir des illuminations exponentielles est à 0,9 dB en dessous de celui obtenu à partir de l'illumination carrée.

On constate que les diagrammes obtenus à partir d'éclaircissements exponentiels ne sont pas sans intérêt.

Dans le cas d'un éclairement exponentiel dissymétrique, le lobe principal reste très voisin de celui correspondant à l'illumination carrée. Les lobes secondaires sont légèrement plus élevés; quant à l'absence de zéros, elle ne constitue souvent qu'un inconvénient mineur.

Avec un éclairement exponentiel symétrique, le lobe principal se trouve légèrement épaissi mais le premier lobe secondaire se trouve abaissé à un niveau remarquablement bas. Le deuxième lobe lui est malheureusement supérieur, mais reste en dessous de 20 dB. Quant aux lobes suivants, ils sont

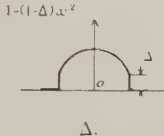
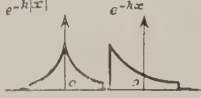
toujours au-dessous de ceux correspondant à l'illumination carrée.

Le tableau I permet la comparaison de ces répartitions avec les caractéristiques des différents éclairagements connus. On voit que l'éclairage exponentiel symétrique n'est pas des moins privilégiés. Son aspect n'est d'ailleurs pas très différent de la répartition de Dolph Tchebyscheff et l'on peut donc penser améliorer un peu ses performances en réalisant un éclairage plus plat au centre de l'antenne.

ments parfaits et définis par un petit nombre de paramètres. C'est ainsi que l'on a supposé les plaques parfaitement planes et les entraxes entre les ouvertures rayonnantes rigoureusement constants.

En réalité, une antenne est un assemblage d'éléments matériels ne reproduisant qu'à peu près les principales caractéristiques d'un projet, *et dont on sait seulement que l'écart entre la valeur vraie et la valeur désirée reste partout inférieur à une certaine quantité qui définit la précision de fabrication de la pièce.*

TABLEAU I.

ILLUMINATION.	RECTANGULAIRE.	PARABOLIQUE.			SINUSOÏDALE.				TRIANGULAIRE.	EXPONENTIELLE.	
$f(x)$ $ x < 1.$											
		Δ			n					k	
		0,8.	0,5.	0.	1.	2.	3.	4.		1.25.	2.5.
Facteur de gain $\mathcal{G}$...	1	0,99	0,97	0,83	0,81	0,66	0,57	0,51	0,75	0,90	0,90
Ouverture à puissance Θ	$0,88 \frac{\lambda}{L}$	$0,92 \frac{\lambda}{L}$	$0,97 \frac{\lambda}{L}$	$1,15 \frac{\lambda}{L}$	$1,2 \frac{\lambda}{L}$	$1,45 \frac{\lambda}{L}$	$1,66 \frac{\lambda}{L}$	$1,93 \frac{\lambda}{L}$	$1,28 \frac{\lambda}{L}$	$1,02 \frac{\lambda}{L}$	$0,98 \frac{\lambda}{L}$
Niveau du premier lobe (dB)	13,2	15,8	17,1	20,6	23	32	40	48	26,4	35	12
Position du premier zéro.....	$\frac{\lambda}{L}$	$1,06 \frac{\lambda}{L}$	$1,11 \frac{\lambda}{L}$	$1,13 \frac{\lambda}{L}$	$1,5 \frac{\lambda}{L}$	$2 \frac{\lambda}{L}$	$2,5 \frac{\lambda}{L}$	$3 \frac{\lambda}{L}$	$2 \frac{\lambda}{L}$	$1,15 \frac{\lambda}{L}$	minimum à $1,05 \frac{\lambda}{L}$

L'éclairage exponentiel dissymétrique a des performances plus médiocres mais il a pour lui le privilège de la simplicité. Aussi reste-t-il le seul pratiquement utilisable lorsqu'on demande à une antenne des performances aussi poussées (et aussi particulières) que celles exigées dans le cas de la radioastronomie.

3. INFLUENCE DE LA PRÉCISION DE FABRICATION SUR LES PERFORMANCES DES ANTENNES PLANES.

Tous les résultats acquis au cours de cette étude concernent des antennes idéales, constituées d'élé-

Les performances d'une antenne différeront donc dans le cas général, de celles que l'on peut calculer à partir des formules théoriques; la différence sera d'autant plus importante que la fabrication aura été moins précise.

Il est très important, en pratique, de pouvoir fixer à l'atelier des tolérances de fabrication qui maintiendront les performances de l'antenne dans des limites acceptables (par exemple celles fixées par un cahier des charges) sans augmentation excessive du prix de revient.

Ce problème a été examiné d'un point de vue très général par J. Robieux [13]. Nous utiliserons la

méthode développée par cet auteur en nous limitant au cas particulier des antennes planes.

Nous avons jusqu'ici supposé que nous disposions, sur un axe Ox , de n sources rayonnantes, d'intensité connue (mais non nécessairement identiques) et régulièrement espacées le long de cet axe.

Soient $O_1, O_2, \dots, O_n$ la position de ces sources

En réalité nous disposons de n sources localisées en des points $O'_1, \dots, O'_n$ inconnus et dont nous

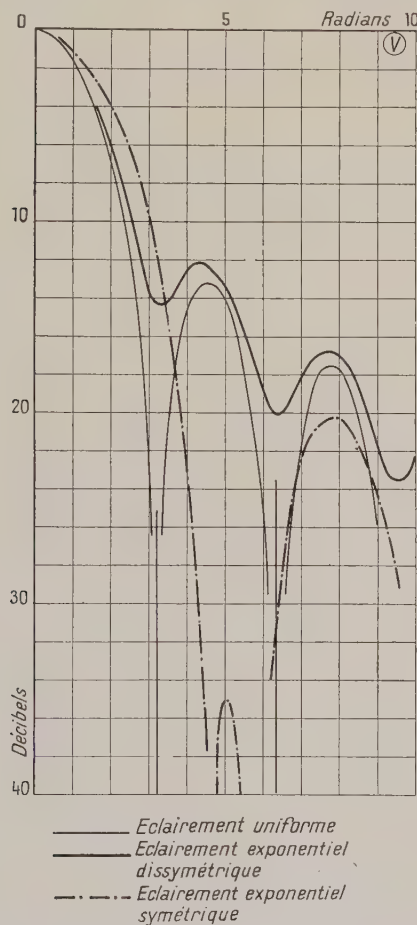


Fig. 16.

savons seulement que le vecteur $\vec{OO'}$ est d'autant plus petit que la précision de fabrication est plus grande.

Nous pouvons même d'après le soin et les moyens mis en œuvre pour construire cette antenne fixer une borne supérieure à chaque vecteur $\vec{OO'}$. On définira la précision de la fabrication par un nombre ε tel que la condition

$$(23) \quad |\vec{OO'}| \leq \varepsilon$$

soit vérifiée dans 99 % des cas.

$\vec{OO'}$ est une variable aléatoire. Par suite du grand nombre de causes d'erreurs intervenant dans la fabrication, on peut admettre pour $\vec{OO'}$ une loi de probabilité du type de Laplace. L'écart quadratique moyen (soit σ) est alors relié à ε par la relation

$$(24) \quad \sigma = 2,6 \varepsilon.$$

Ces vecteurs $\vec{OO'}$ introduisent sur le champ rayonné par chacune des sources un déphasage supplémentaire α tel que (fig. 17)

$$(25) \quad \alpha_p \neq \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{OO'}_p + \vec{OO'}_1).$$

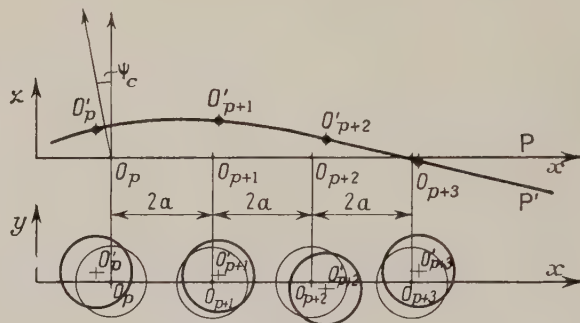


Fig. 17.

Ainsi défini, α est lui aussi une variable aléatoire dont la loi de probabilité est du type de Laplace. $\vec{OO'}_c$ caractérise l'erreur commise lors du perçage de la plaque P' ; $\vec{OO'}_s$ représente l'écart entre la plaque réelle P' et le plan théorique P . On peut admettre que ces deux quantités sont indépendantes. L'écart quadratique moyen de la variable aléatoire α est donc

$$(26) \quad \sigma \neq 3,4 \frac{\varepsilon}{\lambda} = \sigma_0.$$

De la même façon, le diamètre des ouvertures rayonnantes ne sera connu qu'avec une certaine précision donc aussi l'intensité w_p de l'énergie effectivement rayonnée par chacune de ces ouvertures.

Toutefois, dans le calcul du champ à l'infini l'influence de l'intensité est beaucoup plus faible que celle de la phase. Nous la négligerons donc en première approximation.

Développé en série de α_p le champ $|G'(v)|$ s'écrit alors

$$(27) \quad |G'(v)|^2 = |G(v)|^2 + \eta_1 + \eta_2 + \dots,$$

η_1 et η_2 désignent respectivement les termes du premier et du second ordre de ce développement.

3.1. Influence des termes du premier ordre.

On a [13]

$$(28) \quad \tau_1 = 2 |G(v)| \sum_{p=1}^n \alpha_p v_p \sin \left[2v \frac{p}{n} - \Phi(v) \right],$$

où $\Phi(v)$ représente la phase à l'infini de l'onde rayonnée par l'antenne supposée parfaite. Lorsque l'éclairement est uniforme, $\Phi(v)$ est égal à v . Dans le cas où l'éclairement est exponentiel dissymétrique (régime optimum) la fonction $\Phi(v)$ est tracée sur la figure 18.

Ainsi le champ vrai diffère du champ théorique d'une quantité aléatoire obéissant à une loi de

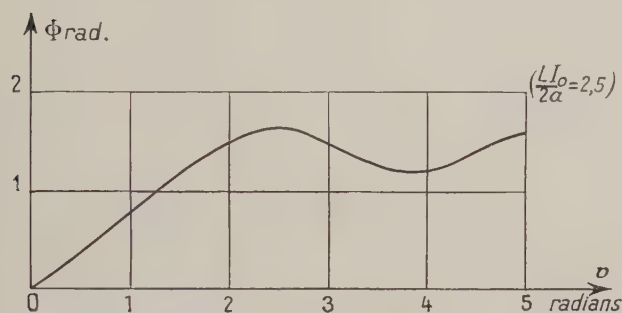


Fig. 18.

Laplace et dont l'écart quadratique moyen est

$$(29) \quad \sigma_l = \sigma_0 \sqrt{\sum_{p=1}^n \alpha_p^2 \sin^2 \left[2v \frac{p}{n} - \Phi(v) \right]}.$$

Dans le cas d'une illumination exponentielle dissymétrique on trouve

$$(30) \quad \sigma_{l, \text{exp}} = \frac{3,4\varepsilon}{\lambda} \sqrt{\frac{|G(0)|^2 - |G(v)|^2 \cos^2 \Phi}{2}}.$$

Si v est petit ($v < 2$), on a

$$|G(v)| \sim \frac{\sin v}{v}, \quad \Phi(v) \sim v,$$

d'où

$$(31) \quad \sigma_{l, \text{exp}} = 1,7 \frac{\varepsilon}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\sin 2v}{2v}}.$$

Si v est inférieur à 1 on peut même écrire, en développant en série l'expression sous le radical

$$(32) \quad \sigma_{l, \text{exp}} \approx 2 \frac{\varepsilon}{\lambda} v.$$

Si au contraire v est grand ($v > 2$), $|G(v)|$ est

toujours très faible devant $|G(0)|$ et l'on a

$$(33) \quad \sigma_{l, \text{exp}} \sim 1,7 \frac{\varepsilon}{\lambda}.$$

Nous admettrons que σ_l représente une borne pratique correcte à la fonction aléatoire $|G'(v)| - |G(v)|$. En toute rigueur cette borne correspond à une probabilité de 70 %.

Exemple. — On a calculé une antenne à éclairement exponentiel et de pouvoir séparateur Θ . Quelle précision doit-on exiger au montage pour que l'angle réel Θ' ne puisse différer de Θ de plus de 10 % ?

La formule (30) conduit à

$$\varepsilon = 1,7 \frac{\lambda}{100}.$$

Dans ces conditions le niveau du premier secondaire peut varier de $\pm 0,5$ dB autour de sa valeur théorique.

Remarque. — Si l'on fait le calcul de σ_l en supposant l'éclairement constant, on trouve, quel que soit v ,

$$(34) \quad \sigma_{l, \text{rect}} = 1,7 \sqrt{2} \frac{\varepsilon}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\sin 2v}{2v}}.$$

A performances égales on voit que la construction d'une antenne à éclairement exponentiel nécessite une précision un peu moins élevée que celle d'une antenne à éclairement constant (rapport $\sqrt{2}$).

3.2. Influence des termes du second ordre.

Quel que soit le type d'éclairement choisi, la correction du premier ordre s'annule dans la direction correspondant au maximum de rayonnement ($\tau_1 = 0$ pour $v = 0$). Pour cette direction particulièrement importante en pratique, il faut donc étudier l'influence de τ_2 qui devient la partie principale de $G' - G$.

Si nous supposons encore la précision constante sur toute la surface de l'antenne, le calcul aboutit [13] à un résultat extrêmement simple,

$$(35) \quad |G'(v)|^2 \approx |G(v)|^2 (1 - \sigma_0^2).$$

Ce qui correspond à un affaiblissement de

$$\Delta_{\text{dB}} = 10 \log \frac{|G'(v)|^2}{|G(v)|^2} = -1,3 \sigma_0^2.$$

soit

$$(36) \quad \Delta = -10 \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} \right)^2.$$

Appliquée à une antenne du type miroir, la for-

mule (35) conduit à un affaiblissement beaucoup plus important. On trouve en effet

$$(37) \quad N = -107 \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} \right)^2.$$

Ceci est dû au fait que dans le cas d'un miroir chaque défaut de surface intervient deux fois; une fois dans le sens « incident » (II') et une fois dans le sens « réfléchi » (I'I'') (fig. 19).

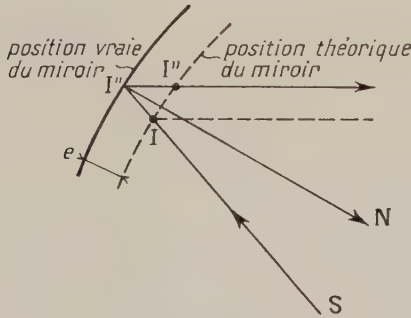


Fig. 19.

Sous l'angle technologique, l'intérêt de l'antenne plane est donc évident. Outre une géométrie remarquablement simple, elle admet des tolérances de fabrication beaucoup moins serrées que les réflecteurs classiques.

3.3. Validité des calculs précédents.

Si les erreurs sur le perçage des ouvertures rayonnantes peuvent être considérées comme indépendantes, il n'en est généralement pas de même des défauts relatifs à la planéité de la plaque P. Dans la plupart des cas, P' aura l'allure représentée sur la figure 17 où l'amplitude des ondulations est grande devant l'entraxe $2a$. Dans ces conditions, les résultats du calcul conduisent (relativement à la planéité) à des tolérances exagérément serrées. Il est malheureusement très difficile de résoudre le problème réel, et la principale raison en est que, dans le cas général, ce problème est très mal posé.

Aussi adopterons-nous la formule empirique suivante, toujours bien vérifiée par l'expérience.

La planéité de l'antenne devra être réalisée à une précision supérieure à $\frac{\lambda}{10}$; et les ondulations de sa surface devront être grandes devant la longueur d'onde.

Les calculs effectués plus haut sont cependant d'un grand intérêt car :

— ils s'appliquent en toute rigueur au tracé du plan de perçage de la plaque P;

— ils s'appliquent aussi aux petites irrégularités de surface de la plaque P, irrégularités qui apparaissent par suite du perçage et qui sont justement de l'ordre de $\frac{2\lambda}{100}$;

— ils permettent la comparaison entre le degré de précision exigé par les différents types d'antennes.

4. EXEMPLES DE RÉALISATION.

La construction de l'antenne n'offre en elle-même aucune difficulté. Les plaques P et II seront liées par l'intermédiaire d'entretoises en nombre suffisant pour maintenir partout entre elles l'écartement correct.

Ces entretoises devront être calibrées avec une précision d'autant plus grande que la surtension de l'antenne sera elle-même plus élevée. Elles pourront être métalliques; la perturbation apportée à la propagation de l'onde guidée par les plaques sera négligeable si leur espacement est supérieur à 3λ . Les fortes surtensions correspondent à des trous de petit diamètre, aussi cette répartition sera toujours très suffisante pour maintenir partout la précision désirée.

Nous avons dit plus haut que l'excitateur devait être « linéaire ». Tous les types classiques conviendront à condition qu'ils fournissent une onde polarisée perpendiculairement aux plaques (secteurs paraboliques du type « cheese » ou « hoghorn », guides à fentes, etc.). Si la largeur de l'antenne est faible, on utilisera plus simplement un cornet aplati.

Les modèles expérimentaux ont été construits pour fonctionner à 3,42 cm de longueur d'onde. Pour réduire autant que possible le rôle joué par l'excitateur, on s'est d'abord limité à des antennes étroites alimentées par l'intermédiaire de cornets (fig. 20).

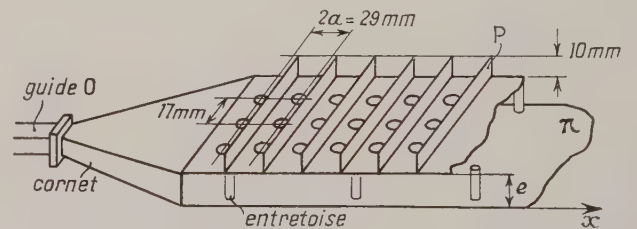


Fig. 20.

L'écartement entre les ouvertures a été choisi de façon à obtenir un pinceau incliné d'environ 10° sur la normale aux plaques. Supposant en première

approximation $\lambda_1 = \lambda_2$, la formule (2) conduit à

$$\frac{\lambda_1}{2a} = 1,18, \quad \text{soit } 2a = 29 \text{ mm.}$$

ANTENNE N° 1. — *a. Calcul de l'antenne.* — Les dimensions de cette antenne sont :

Longueur : $L = 120 \text{ cm}$;

Largeur : $I = 12 \text{ cm}$ (cinq rangées de trous espacées de $\frac{\lambda}{2}$ soit $1,7 \text{ cm}$).

Les autres paramètres ont été choisis pour obtenir le maximum de gain de cette surface.

De $\frac{LI_0}{2a} = 2,5$, on tire

$$I_0 = 2,5 \frac{2a}{L} = 0,96,$$

d'où

$$\sin |u| = \sqrt{I_0} = 0,245.$$

Un abaque (*cf.* première partie, *fig. 12*) fournit le diamètre du trou correspondant à cette valeur du paramètre u .

On trouve

$$\frac{d}{\lambda} = 0,41, \quad \text{c'est-à-dire } d = 14 \text{ mm.}$$

L'écartement entre les plaques est donné par la formule (3)

$$e = \frac{\lambda}{4} \left(1 + \frac{u}{\pi} \right) \approx \frac{\lambda}{4} = 0,85 \text{ cm.}$$

L'énergie restant en bout de l'antenne est absorbée par un coin en bois de hêtre.

b. Résultats expérimentaux. — Adaptation. — Le taux d'ondes stationnaires relevé à l'entrée du cornet d'excitation reste inférieur à 1,12 dans une bande de $\pm 100 \text{ Mc/s}$.

Éclairement. — On a mesuré la quantité d'énergie rayonnée par chaque rangée de trous de même abscisse x .

Pour effectuer cette opération, on a coiffé cette rangée de trous d'un cornet aplati, comme il est indiqué sur la figure 21. Dans sa petite dimension l'ouverture du cornet est égale à l'entraxe des trous. Son axe est incliné de l'angle ψ_c sur la normale aux plaques. Dans ces conditions, deux des parois du cornet matérialisent à peu près celles (métalliques) des guides fictifs définis à propos des réseaux épais et sa présence ne modifie pas de façon sensible la répartition des champs à la surface de l'antenne.

La mesure de phase de l'onde rayonnée peut se faire à partir du même dispositif. L'onde captée par le cornet est envoyée sur un banc de mesure

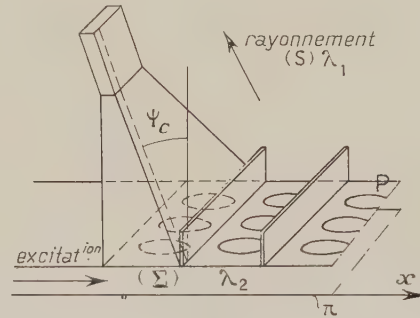


Fig. 21.

où sa phase est comparée avec celle d'une onde de référence.

Les résultats obtenus sont indiqués sur la figure 22. On voit qu'ils vérifient correctement les caractéristiques que nous nous sommes imposées au départ.

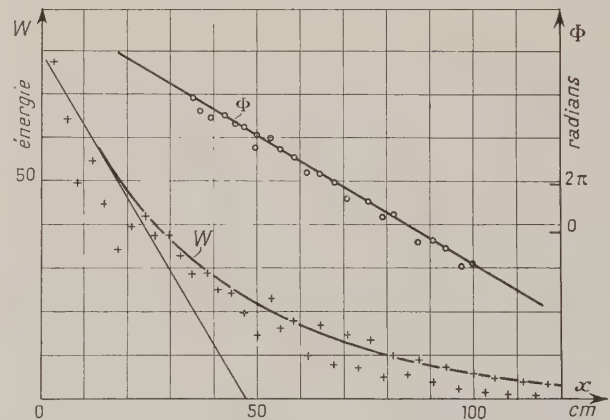


Fig. 22.

Remarque. — La courbe de phase correspond à un angle $\Psi_c = 11,1^\circ$. Nous nous sommes fixé un angle d'environ 10° . La différence conduit à attribuer à l'onde (Σ) guidée par l'antenne une longueur d'onde légèrement supérieure à celle qu'elle aurait dans l'espace libre. De la formule (2) on tire

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0,987, \quad \text{d'où } \lambda_2 = 3,50 \text{ cm.}$$

L'onde (Σ) est donc accélérée. On sait que ce phénomène est lié au rayonnement.

On a vérifié ce résultat en mesurant directement la longueur d'onde λ_2 entre les plaques P et II.

Pour cela une sonde a été introduite en divers points de l'antenne par de petits trous percés dans la plaque II et régulièrement espacés le long de l'axe des x .

La mesure de λ_2 se ramène à celle de la phase de l'onde ainsi recueillie. Les résultats de cette expérience sont portés sur la figure 23.

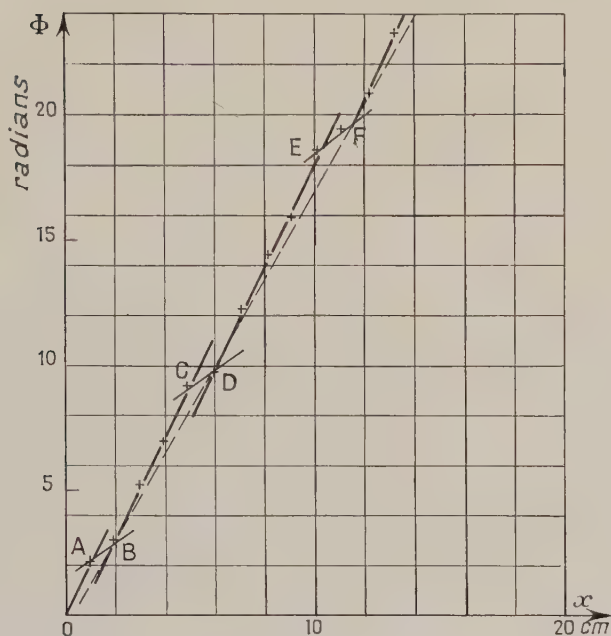


Fig. 23.

On constate que la courbe de phase a l'allure d'une ligne brisée. Les irrégularités sont périodiques et coïncident avec la position des trous sur la plaque P.

Sur des segments tels que OA, BC, DE, la variation de phase est linéaire et correspond à la vitesse de propagation de l'onde dans l'espace libre, c'est-à-dire à la vitesse de propagation de cette onde entre les plaques métalliques P et II en l'absence d'ouvertures. Sur les segments AB, CD, etc., la variation de phase est beaucoup moins rapide (onde accélérée). C'est là que se produit le rayonnement.

La droite en pointillés représente la variation moyenne de la phase de l'onde le long de l'antenne. Elle conduit pour λ_2 à la valeur précédemment trouvée (3,5 cm).

Diagramme de rayonnement. — Là encore les mesures ont fourni des résultats en bon accord avec ceux que l'on peut déduire des formules énoncées plus haut.

On a tracé aussi le diagramme de rayonnement

de l'antenne obtenue en associant en V deux éléments identiques au précédent.

Les résultats expérimentaux sont indiqués sur la figure 24 où l'on a reporté aussi les courbes théoriques correspondantes.

Les mesures ont été faites sur une base de 360 m. On sait que la distance nécessaire au relevé correct d'un diagramme d'antenne est d'autant plus grande que les dimensions de l'antenne étudiée sont elles-mêmes plus importantes.

On admet généralement la formule (cf. [11], p. 575)

$$(38) \quad R > 2 \frac{L^2}{\lambda}.$$

Dans ces conditions on voit que la base de 360 m

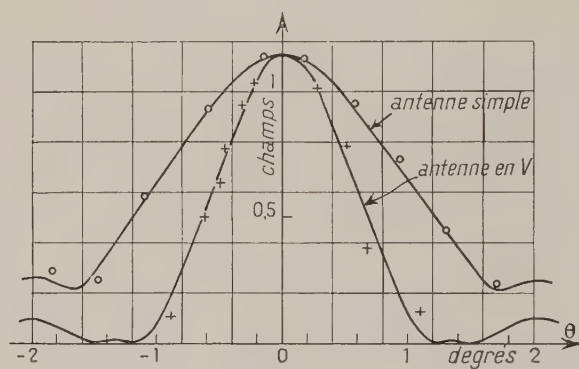


Fig. 24.

permet l'étude d'une antenne de longueur maximum égale à 2,5 m.

ANTENNE N° 2. — a. Détermination des caractéristiques de l'antenne. — On a cherché à réaliser une antenne de plusieurs mètres d'envergure qui soit un dernier jalon vers l'antenne de 30 m envisagée.

Le calcul d'une antenne plane de très grande dimension ne soulève, en lui-même, aucune difficulté particulière. Mais il est nécessaire en définitive, de rattacher le paramètre u calculé au diamètre d du trou correspondant. Or, l'abaque déjà tracée ne permet plus cette comparaison si la valeur de u est inférieure à 0,2 rad. Au-dessous de cette valeur, la méthode utilisée pour l'établissement de l'abaque ne donne plus de résultats suffisamment précis. Cette méthode suppose en effet la résonance simultanée de toutes les cavités situées sur l'ensemble des guides fictifs définis sur les plaques. Si l'on suppose la planéité de ces plaques définie à 0,5 mm près on voit qu'il est impossible de mesurer avec précision des paramètres caractéristiques inférieurs à 0,2 rad.

On a vu [part. I, formules (6) et (7)] que le champ

transmis par une ouverture circulaire varie comme le cube du diamètre de cette ouverture

$$|t| = \sin u = k d^3.$$

En réalité, tout le calcul suppose ce diamètre petit devant la longueur d'onde et il est facile de voir que le raccord entre une fonction en $\left(\frac{d}{\lambda}\right)^3$ et la courbe expérimentale ne se fait déjà plus très bien pour des u de l'ordre de 0,2 rad.

L'antenne n° 2 doit permettre d'effectuer quelques mesures dans cette zone intermédiaire.

Les caractéristiques de cette antenne sont les suivantes :

Longueur : $L = 6$ m;

Largeur : $I = 10$ cm (soit trois rangées de trous);

Diamètre des trous : 1 cm;

Écartement entre les plaques : $e \approx \frac{\lambda}{4} = 0,85$ cm

(cette valeur de l'écartement, valable pour l'antenne n° 1 le sera *a fortiori* ici puisque les trous sont plus petits).

b. Résultats expérimentaux. — On a mesuré le champ rayonné le long de l'antenne. La signification des résultats apparaît plus clairement si l'on porte, au lieu du champ, le logarithme népérien de ce champ, en fonction de l'ordre n du trou correspondant. Si l'éclairement est exponentiel, on a, en effet

$$(39) \quad \gamma = -n \frac{u^2}{2}.$$

La figure 25 montre que les points expérimentaux

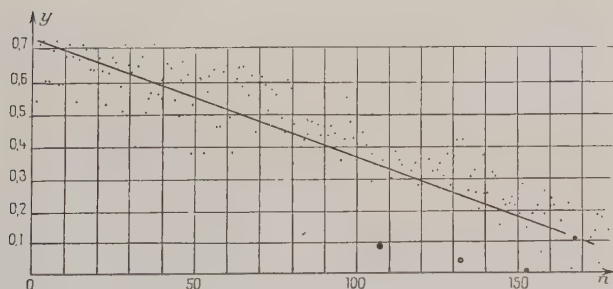


Fig. 25.

se groupent effectivement autour d'une droite. On déduit de ce tracé

$$|u| = \sqrt{2 \frac{\Delta \gamma}{\Delta x}} = 0,082 \text{ rad.}$$

Donc, pour être utilisée au mieux (gain maximum),

la longueur de l'antenne doit être

$$L = 2,5 \frac{2a}{u^2} = 10,85 \text{ m.}$$

Si nous avions admis pour u la loi en $\left(\frac{d}{\lambda}\right)^3$, l'extrapolation de l'antenne n° 1 nous aurait conduit à

$$|u| = 0,245 \left(\frac{1}{1,4}\right)^3 = 0,089 \text{ rad}$$

et

$$L = 120(1,4)^6 = 900 \text{ cm.}$$

Ces valeurs sont très voisines de celles que l'on a pu déduire de la mesure directe. Donc, dans le calcul d'une antenne de plus grande envergure, nous pouvons admettre, pour u la loi en $\left(\frac{d}{\lambda}\right)^3$.

Nous conserverons de ces expériences la formule empirique :

$$(40) \quad |u| = 3,28 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^3 \quad (u < 0,1 \text{ rad}).$$

Diagramme de rayonnement. — Sa mesure pose un problème difficile. La grande dimension de l'antenne ($L = 6$ m) conduit à une distance émetteur-récepteur d'environ 2 km.

Comme le gain de l'antenne est faible (on a vu que le gain maximum serait obtenu pour une longueur $L = 10$ m) la puissance nécessaire à l'émission est importante; compte tenu de la formule (38) cette puissance varie en effet comme $(L)^3$.

Pour toutes ces raisons on s'est limité à des mesures relatives à des tronçons d'antenne de plus ou moins grande longueur ($L < 4$ m).

De semblables mesures ont été faites aussi sur l'antenne n° 1. Ainsi qu'il apparaît sur la figure 26,

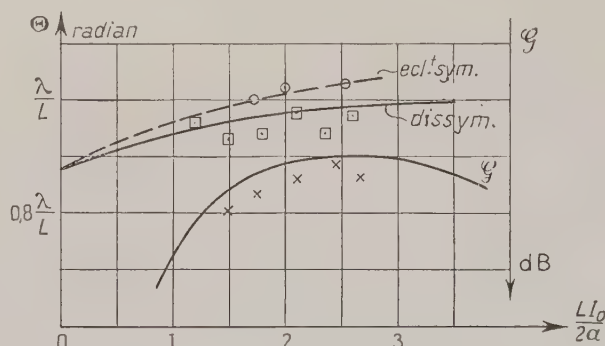


Fig. 26.

l'ensemble des résultats fournit une excellente vérification des courbes théoriques tracées sur la figure 14.

On a mesuré enfin la rotation angulaire du pinceau en fonction de la fréquence de l'onde rayonnée. Ces mesures ont confirmé la formule (5) (fig. 27).

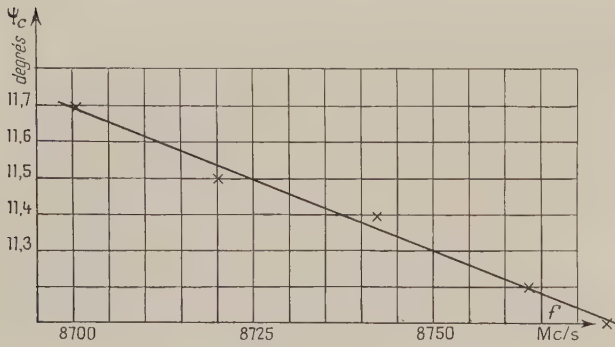


Fig. 27.

ANTENNE N° 3. — Il s'agit là du projet d'une antenne destinée à la radioastronomie et qui doit posséder une ouverture d'environ 3 mn d'angle à 3,20 cm de longueur d'onde.

Sa longueur a été fixée à 30 m, sa largeur à 1 m. L'extrapolation de l'antenne n° 2 conduit pour les autres paramètres aux valeurs suivantes :

Espacement longitudinal entre les trous.	27 mm ± 0,5
Espacement transversal.....	16 mm ± 0,5
Diamètre des trous.....	7,8 mm ± 0,1
Distance entre les deux plaques.....	24 mm ± 0,01

Dans ces conditions le gain (théorique) est de 52,5 dB, la largeur à 3 dB du lobe principal 0°,06, soit 3,42 mn d'angle, et la surtension $S = 1500$.

Par suite de la surtension élevée, la plus grande précision doit être réalisée sur le diamètre des trous et l'écartement entre les deux plaques.

Cette exigence ne pose d'ailleurs aucun problème mécanique difficile puisqu'elle ne concerne que des entretoises de petites dimensions. Les tolérances sur la planéité sont, par contre, très faciles à tenir. L'antenne sera constituée d'une chaîne d'éléments d'environ 2 m de long. Tous ces éléments seront assemblés et alignés sous le contrôle constant de visées optiques. La planéité requise sera seulement inférieure à 3 mm.

L'excitation de cette antenne sera un secteur parabolique du type « cheese », lui-même excité en son foyer par un petit cornet approprié (fig. 28).

5. Note sur une antenne « complémentaire ».

A la base de l'antenne que nous avons décrite il y a le diagramme de diffraction de l'ouverture circulaire percée dans un écran plan.

Le principe reste valable si l'on remplace la plaque perforée par un réseau plan de disques, de caractéristiques électriques équivalentes ($|u|$).

Sans entrer dans le détail de cette équivalence, on conçoit que les propriétés de ces deux structures soient les mêmes, les vecteurs électriques et magné-

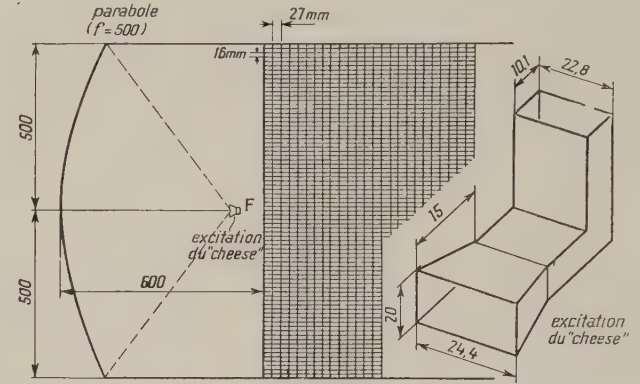


Fig. 28.

tiques étant simplement permutés (cf. théorème de Babinet). C'est là justement que réside l'intérêt des antennes à disques :

Dans une antenne à trous, la polarisation de l'onde rayonnée se trouve nécessairement dans le plan privilégié où l'on a pu assimiler l'ouverture circulaire à une source omnidirectionnelle (plan xoz des figures).

Il en résulte que la polarisation est généralement perpendiculaire au plan où le pouvoir séparateur est le plus grand. L'antenne à disques permet de s'affranchir de cette condition.

Le réalisation mécanique ne soulève aucune difficulté. On peut en effet fixer chaque disque par une entretoise métallique figurant sur son axe (fig. 29).

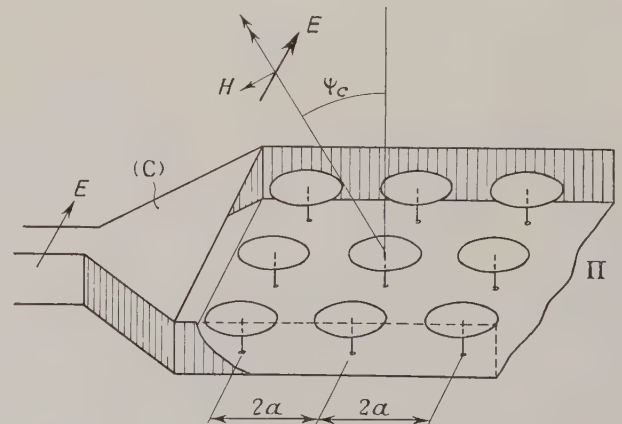


Fig. 29.

C'est cette disposition qui nous a conduit à donner à cette antenne le nom « d'antenne champignon ».

Conclusion.

La première partie de cette étude a abouti à l'énoncé de formules relativement simples permettant l'analyse complète des principales caractéristiques électriques des « réseaux ».

On a vu que, moyennant certaines conditions facilement réalisables, ces réseaux peuvent être utilisés en incidence oblique jusqu'à des angles de 30° environ. Ces performances permettent la réalisation de lentilles de grande ouverture et de conception entièrement nouvelle. Le calcul de ces lentilles ne soulève pas de difficultés mathématiques particulières.

De plus un bref aperçu sur les analogies existant entre le diélectrique artificiel étudié et les diélectriques naturels de l'optique classique semble devoir conférer des bases physiques réelles à la méthode d'analyse utilisée.

On a montré aussi l'existence d'un angle d'incidence (angle d'incidence critique) pour lequel toute l'énergie incidente peut être absorbée par des modes se propageant entre les plaques. Ce phénomène est à la base d'un nouveau type d'antenne dont l'étude fait l'objet de la seconde partie de ce travail. Il semble que cette antenne, appelée *antenne plane*, constitue une solution valable à de nombreux problèmes de rayonnement.

— Sa structure plane en rend la construction simple et précise même lorsqu'il s'agit d'antennes de très grande dimension par rapport à la longueur d'onde.

— Son principe basé sur une répartition convenable d'un ensemble discontinu de sources élémentaires permet de réaliser la synthèse de certains diagrammes spéciaux.

— Son calcul ne fait intervenir que des fonctions élémentaires et fournit des résultats en parfait accord avec l'expérience.

Dans le cas le plus simple où tous les trous sont égaux et également espacés, l'illumination de l'antenne suit une loi exponentielle. L'étude de cette répartition montre qu'elle conduit à des résultats très acceptables, excellents même lorsque l'antenne est excitée en son milieu.

Enfin, bien que toutes les maquettes aient été réalisées sur des ondes centimétriques, l'antenne plane semble convenir tout particulièrement aux extrapolations vers des ondes plus longues, métriques en particulier.

L'auteur adresse ses plus vifs remerciements à M. Ponte, directeur général de C. S. F. R., qui a permis la réalisation de cette étude, ainsi qu'à M. H. Gutton, directeur du département de Recherches physiques, pour le bienveillant intérêt qu'il a porté à ce travail.

Il remercie tout particulièrement M. J. C. Simon, dont les travaux sont à la base de cette thèse, pour les encouragements et les conseils qu'il lui a constamment prodigués.

Il ne saurait oublier MM. Biggi, Weill et Robieux, qui l'ont aidé par la communication de leurs travaux personnels, ni M. Gorse, pour l'excellente collaboration qu'il a fourni tout au long de cette étude.

Que M. le Professeur Rocard, qui a bien voulu patronner cette thèse trouve ici l'expression de la reconnaissance de l'auteur.

ANNEXE.

Soit

$$r = P_1 M;$$

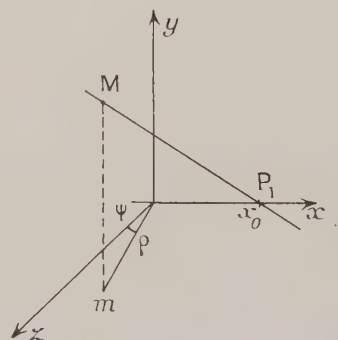
φ , ψ et y les coordonnées cylindriques du point M. Posant

$$r_0^2 = x_0^2 + \varphi^2 + y^2,$$

on a

$$(A) \quad r = r_0 \sqrt{1 - \frac{2x_0\varphi}{r_0^2} \sin\psi} \neq r_0 \left(1 - \frac{x_0\varphi}{r_0^2} \sin\psi\right).$$

Nous verrons plus loin la signification précise de cette approximation.



On a alors

$$\Psi = \Psi_0 \frac{e^{-ik \frac{x_0\varphi}{r_0} \sin\psi}}{1 - \frac{x_0\varphi}{r_0^2} \sin\psi},$$

avec

$$\Psi_0 = \frac{e^{ikr_0}}{r_0}$$

Ψ_0 est donc une fonction de φ et de y .

Dans le système de coordonnées cylindriques choisi, les composantes de $\vec{\text{grad}} \Psi$ s'écrivent

$$A_\rho = \frac{d\Psi}{d\rho}, \quad A_\psi = \frac{1}{\rho} \frac{d\Psi}{d\psi}, \quad A_z = \frac{d\Psi}{dz}.$$

On trouve ainsi, dans le domaine d'approximation déjà défini,

$$(B) \quad \begin{cases} A_\rho = -\Psi_0 \left(\frac{1}{r_0} - ik \right) \frac{x_0 \sin \psi}{r_0} e^{-ik \frac{x_0 \rho}{r_0} \sin \psi}, \\ A_\psi = -\Psi_0 \left(\frac{1}{r_0} - ik \right) \frac{x_0 \cos \psi}{r_0} e^{-ik \frac{x_0 \rho}{r_0} \sin \psi}, \\ A_z = -\Psi_0 \left(\frac{1}{r_0} - ik \right) \frac{y_0}{r_0} e^{-ik \frac{x_0 \rho}{r_0} \sin \psi}. \end{cases}$$

On passe enfin aux coordonnées cartésiennes X, Y, Z par les formules

$$(C) \quad \begin{cases} X = A_\rho \sin \psi - A_\psi \cos \psi, \\ Y = A_z, \\ Z = A_\rho \cos \psi + A_\psi \sin \psi, \end{cases}$$

d'où l'on tire immédiatement les formules du système (27).

Domaine de validité des équations.

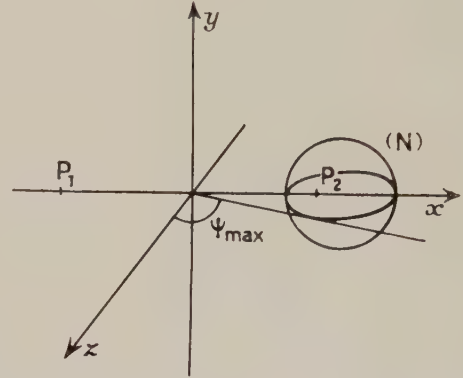
En écrivant l'équation (A) nous commettons une erreur qui est de l'ordre du premier terme négligé dans le développement en série de r , soit

$$\frac{1}{8} \left(2 \frac{x_0 \rho}{r_0^2} \sin \psi \right)^2.$$

Cette erreur sera inférieure à $\frac{1}{N}$ si le point M se trouve à l'extérieur de la sphère définie par l'équation :

$$(D) \quad x^2 + y^2 + z^2 - x x_0 \sqrt{\frac{N}{2}} + x_0^2 = 0.$$

Lorsque N varie, cette équation définit un réseau de sphères admettant les points P_1 et P_2 comme points



de Poncelet. L'angle ψ maximum définissant le domaine de validité des équations du système (B) est lié à N par la relation :

$$\sin \psi_{\max} < \sqrt{\frac{8}{N}}.$$

Pour $N = 20$, on trouve un angle $\psi_{\max}$ voisin de 40° .

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] W. E. KOCK, *Metallic Delay Lenses* (Bell. Syst. Tech. J., n° 27, 1948).
- [2] J. C. SIMON, *Étude de la diffraction des écrans plans* (Ann. Radioélectr., t. 6, n° 25, juill. 1951).
- [3] A. F. STEVENSON, *Solution of Electromagnetic Scattering Problems as Power Series in the Ratio (Dimension of Scatterer) Wavelength* (J. Appl. Phys., t. 24, n° 9, sept. 1953).
- [4] J. ORTUSI, *Filtrage des ondes guidées* (Bull. Soc. franç. Électr., t. 6, n° 63, nov. 1946).
- [5] M. PARODI, *Application des polynômes électro-sphériques à l'étude des systèmes oscillants à un grand nombre de degrés de liberté* (Mém. Sc. Phys., fasc. 47).
- [6] J. C. SIMON et G. BROUSSAUD, *Les filtres passe-bande en hyperfréquence* (Ann. Radioélectr., t. 8, n° 31, janv. 1953).
- [7] J. C. SIMON et G. WEILL, *Un nouveau type d'aérien à rayonnement longitudinal* (Ann. Radioélectr., t. 8, n° 33, juill. 1953).
- [8] L. BRILLOUIN, *Wave propagation in periodic structures* (Inter. series in physics, Mac Graw, Hill, 1946).
- [9] G. WEILL, *Étude d'un problème de diffraction des ondes électromagnétiques de surface. Application à la théorie de l'antenne diélectrique* (Ann. Radioélectr., t. 10, n° 41, juillet 1955).
- [10] J. C. SIMON, *Quelques problèmes de fluctuation en radioélectricité* (Ann. Radioélectr., t. 10, n° 39, janvier 1955).
- [11] S. SILVER, *Microwave Antenna* (Série du M. I. T., vol. 12, p. 187).
- [12] J. F. RAMSAY, *Fourier transform in aerial theory* (The Marconi Rev., vol. 10, nos 1, 2, 3 et 4).
- [13] J. ROBIEUX, *Influence de la précision de fabrication d'une antenne sur ses performances* (Ann. Radioélectr., t. 11, n° 43, janvier 1956).

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Étude de la couche **D** ionosphérique

Vu et approuvé :

Paris, le 11 juin 1955.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

J. PÈRES.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

JEAN SARRAILH.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

Quai des Grands-Augustins, 55

149090-56

Dépôt légal, Imprimeur, 1956, n° 1101.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS
149090 Quai des Grands-Augustins, 55.
